

IME I PREZIME:	RAZRED:	
ŠKOLA:		
PREDMET:		
1. LABORATORIJSKA VJEŽBA		
SKUPINA:	NADNEVAK:	OCJENA:

## ISPITIVANJE PRIJELAZNIH KARAKTERISTIKA U SUSTAVIMA PRVOG REDA NA PRIMJERIMA RC-ČLANOVA

### Popis instrumenata

- |   |                                   |
|---|-----------------------------------|
| 1. Univerzalni digitalni mjerni instrument        | 3. Dvokanalni analogni osciloskop |
| - proizvođač                                      | - proizvođač                      |
| - model   | - model                           |
| - naponski mjerni opseg                           | - frekvencijsko područje          |
| 2. Generator funkcija ili generator valnih oblika |                                   |
| - proizvođač                                      |                                   |
| - model   |                                   |
| - frekvencijsko područje                          | $, U_{vv} \leq V$                 |

Pomoću digitalnog voltmetra izmjerili smo mrežni napon  $U =$   $V$ .

### "Zadaci za laboratorijske vježbe iz automatike"

13. izdanje

Zagreb, 2009.

**Autor** Velibor Ravlić, dipl. inž. el., inž. aeroteh.  
**Lektor** Vedrana Martinović, prof.  
**Recenzenti** Prof. dr. sc. Petar Crnošija, dipl. inž. el.  
                   Doc. dr. sc. Željko Ban, dipl. inž. el.  
                   Josip Ivasić, dipl. inž. el.  
                   Mato Skrletović, dipl. inž. el.

**Korektor** Velibor Ravlić  
**Grafički urednik** Velibor Ravlić  
**Priprema tiska** Gandalf d.o.o.  
**Tisk** Tiskara Zelina d.d.  
**Nakladnik** Ravel d.o.o.

**Priručnik je odobren 9. lipnja 1998. rješenjem Ministarstva prosvjete i športa Republike Hrvatske (KLASA: UP/I°-602-09/98-01/115, URBROJ: 532-03-02/4-98-1).**

**Po zakonu je kažnjivo kopiranje, umnožavanje i prodaja knjige bez pisanog dopuštenja autora.**

CIP - Katalogizacija u publikaciji  
 Nacionalna i sveučilišna knjižnica, Zagreb

UDK 372.868.15(075.3)(076.5)

RAVLIĆ, Velibor

Zadaci za laboratorijske vježbe iz automatike  
 / Velibor Ravlić, Stjepan Bogdan, Zdenko Kovačić. - 13.  
 izd. - Zagreb : Ravel d.o.o., 2009. - 164 str. : ilustr. ; 30 cm

Om. nasl. - Bibliografija uz tekst

ISBN 953-97246-3-5

1. Bogdan, Stjepan 2. Kovačić, Zdenko  
 980616031

ISBN 953-97246-3-5

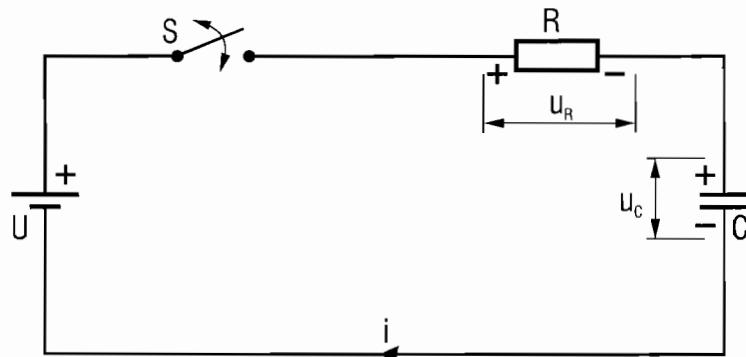
### Popis literature

1. Kuljača Lj., Vukić Z.: "Automatsko upravljanje sistemima", Školska knjiga, Zagreb, 1. izdanje, 1985.
2. Pašalić N.: "Osnove regulacione tehnike", Elektrotehnički fakultet, Zavod za elektrostrojarstvo, 3. svezak zbornika, Zagreb, 1977.
3. Šerman N.: "Osnove teorije linearnih dinamičkih sistema", Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 1977.
4. Šurina T.: "Analiza i sinteza servomehanizama i procesne regulacije", Školska knjiga, Zagreb, 1. izdanje. 1974. (Isto djelo je izašlo s drugim naslovom: "Automatska regulacija", 4. izdanje, 1991.)

## 1. PRIPREMA ZA VJEŽBU

### 1.1. Prijelazna pojava nabijanja kondenzatora priključenog na istosmjerni izvor

Električna shema prikazana je na Sl. 1.1.



Sl. 1.1. Električna shema nabijanja kondenzatora

Dok je sklopka  $S$  otvorena, kondenzator  $C$  nije nabijen. Otpornik  $R$  uključuje i otpor vodova, unutrašnji otpor izvora i otpor uključene sklopke. Stanje prije zatvaranja sklopke  $S$ :

$$u_C = 0 \quad q = 0 \quad u_R = 0 \quad i = 0 \quad (1-1)$$

Stanje na početku prijelazne pojave neposredno nakon zatvaranja sklopke  $S$ :

$$u_C = 0 \quad q = 0 \quad i = I_0 = U/R \quad u_R = i \cdot R = (U/R) \cdot R = U \quad (1-2)$$

Stanje na kraju prijelazne pojave nabijanja kondenzatora:

$$i = 0 \quad u_R = 0 \quad u_C = U \quad q = Q = U \cdot C \quad (1-3)$$

Stanje prije i poslije prijelazne pojave nabijanja kondenzatora u sustavu je **ustaljeno ili stacionarno stanje**. To je **statika** koju smo proučavali u Osnovama elektrotehnike. Ovdje nas zanima **dinamika** sustava, a to je prijelazna pojava. Točan proračun dinamike traži poznavanje više matematike, jer se mora riješiti diferencijalna jednadžba. Rezultati su formule po kojima proračunavamo dinamiku nabijanja kondenzatora:

$$u_C = U \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right) = U \cdot \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{T}\right)\right] \quad (1-4)$$

$$q = Q \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right) = Q \cdot \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{T}\right)\right] \quad (1-5)$$

$$i = I_0 \cdot e^{-\frac{t}{T}} = I_0 \cdot \exp\left(-\frac{t}{T}\right) \quad (1-6)$$

gdje je

$e = 2,71828\dots$  - prirodni broj, baza prirodnog logaritma,

$U$  - napon istosmjernog izvora, mjerna jedinica je  $V$ ,

$Q$  - naboј nabijenog kondenzatora, mjerna jedinica je  $C$ ,

$q$  - promjenjivi naboј za vrijeme nabijanja, mjerna jedinica je  $C$ ,

$i$  - promjenjiva struja za vrijeme nabijanja, mjerna jedinica je  $A$ ,

$I_0$  - početni iznos struje nabijanja, mjerna jedinica je  $A$ ,

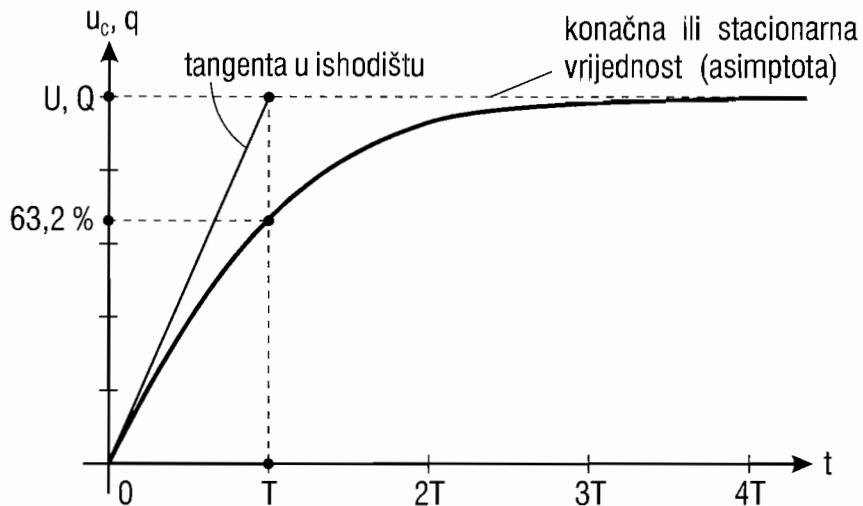
$T=R \cdot C$  - vremenska konstanta, mjerna jedinica je  $s$ ,

$C$  - kapacitet kondenzatora, mjerna jedinica je  $F$ ,

$u_R$  - promjenjivi pad napona na otporniku, mjerna jedinica je  $V$ ,

$u_C$  - promjenjivi napon na kondenzatoru, mjerna jedinica je  $V$ .

Grafički prikaz porasta naponu i naboja na kondenzatoru prikazan je na Sl. 1.2.



Sl. 1.2. Grafički prikaz porasta naboja i napona

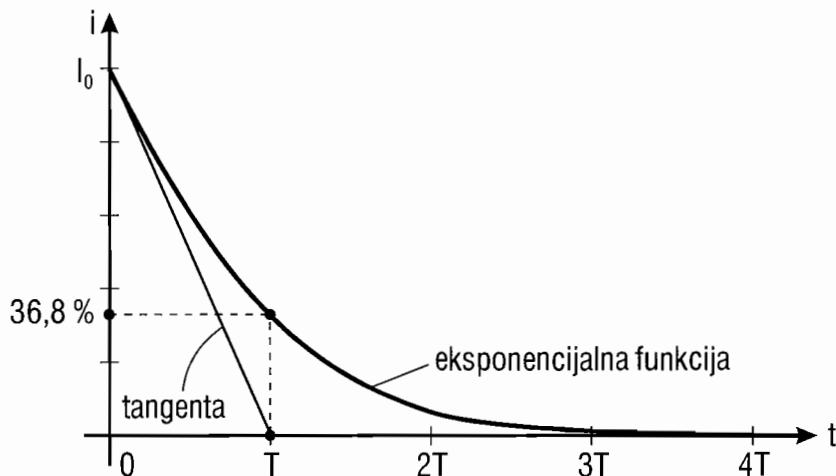
Neke tipične vrijednosti navedene su u Tablici 1.1.

$t = 0$	$e^{-\frac{t}{T}} = e^0 = 1$	$1 - e^{-\frac{t}{T}} = 0$
$t = T$	$e^{-\frac{t}{T}} = e^{-1} = 0,368$	$1 - e^{-\frac{t}{T}} = 0,632$
$t = 2T$	$e^{-\frac{t}{T}} = e^{-2} = 0,135$	$1 - e^{-\frac{t}{T}} = 0,865$
$t = 3T$	$e^{-\frac{t}{T}} = e^{-3} = 0,0498$	$1 - e^{-\frac{t}{T}} = 0,9502$
$t = 4T$	$e^{-\frac{t}{T}} = e^{-4} = 0,0183$	$1 - e^{-\frac{t}{T}} = 0,9817$
$t = 5T$	$e^{-\frac{t}{T}} = e^{-5} = 0,0067$	$1 - e^{-\frac{t}{T}} = 0,9933$

Tablica 1.1. Neke karakteristične brojčane vrijednosti za vrijeme prijelazne pojave

Vidi se da u teorijskom razmatranju prijelazna pojava završava nakon beskonačnog vremenskog razmaka, ali u praksi smatramo da je završena nakon  $3 \div 5T$ . Zbog izraza  $T = R \cdot C$  uočavamo da će trajanje nabijanja biti dulje ako su  $R$  i  $C$  veći.

Grafički prikaz smanjenja struje nabijanja kondenzatora dat je na Sl. 1.3.



Sl. 1.3. Grafički prikaz smanjenja struje

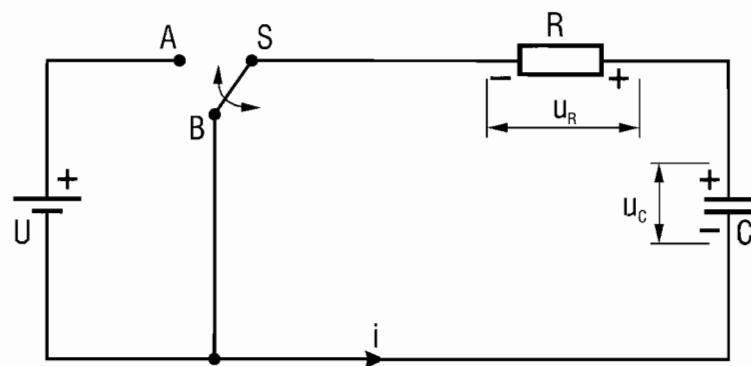
Izraz za kapacitivni otpor:

$$X_C = 1 / \omega C = 1 / 2 \pi f C \quad (1-7)$$

Iz formule se vidi da je u početnom trenutku  $f = \infty$ , odnosno  $X_C = 0$  ili da je kondenzator premošten, odnosno kratko spojen. Iznos struje ograničava otpornik  $R$ . Nakon nagle promjene priključenog napona iznos  $X_C$  raste sve više pa je nakon  $t = 5 T$  praktično  $X_C \approx \infty$ . To znači da je kondenzator za istosmjerni izvor prekid strujnog kruga. Fizikalno je jasno da se kondenzator ne može trenutno nabiti, a vrijeme potrebno za nabijanje ovisi o iznosu  $R$  i  $C$  u električnom krugu. Za vrijeme nabijanja električna energija iz izvora se skladišti (akumulira) u električnom polju kondenzatora.

## 1.2. Prijelazna pojava izbijanja kondenzatora

Električna shema prikazana je na Sl. 1.4.



Sl. 1.4. Električna shema izbijanja kondenzatora

Dok je sklopka  $S$  u položaju  $A$ , kondenzator je nabijen. To je **statika**. Stanje u sustavu:

$$u_C = U \quad u_R = 0 \quad i = 0 \quad q = Q = C \cdot U \quad (1-8)$$

Sklopka  $S$  se prebaci iz položaja  $A$  u položaj  $B$ . Stanje na početku prijelazne pojave izbijanja kondenzatora:

$$\begin{aligned} u_C &= U & q &= Q = C \cdot U & i &= -I_0 = -U/R \\ u_R &= -I_0 \cdot R = -(U/R) \cdot R = -U \end{aligned} \quad (1-9)$$

Stanje kada je završena pojava izbijanja kondenzatora:

$$i = 0 \quad u_C = 0 \quad q = 0 \quad u_R = 0 \quad (1-10)$$

Predznak minus znači da struja teče u suprotnom smjeru u odnosu na proces nabijanja, odnosno da je pad napona na  $R$  suprotnog polariteta.

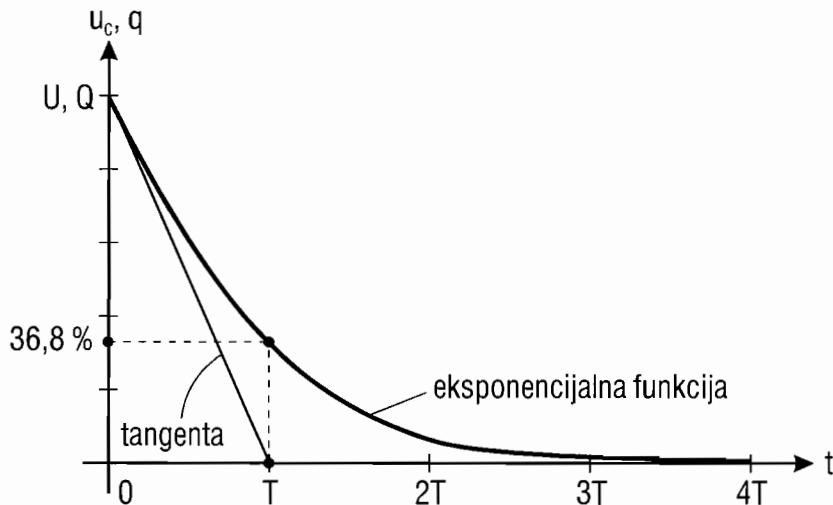
Rezultati rješavanja diferencijalne jednadžbe potrebni za proračun izbijanja ili pražnjenja kondenzatora:

$$u_C = U \cdot e^{-\frac{t}{T}} = U \cdot \exp\left(-\frac{t}{T}\right) \quad (1-11)$$

$$q = Q \cdot e^{-\frac{t}{T}} = Q \cdot \exp\left(-\frac{t}{T}\right) \quad (1-12)$$

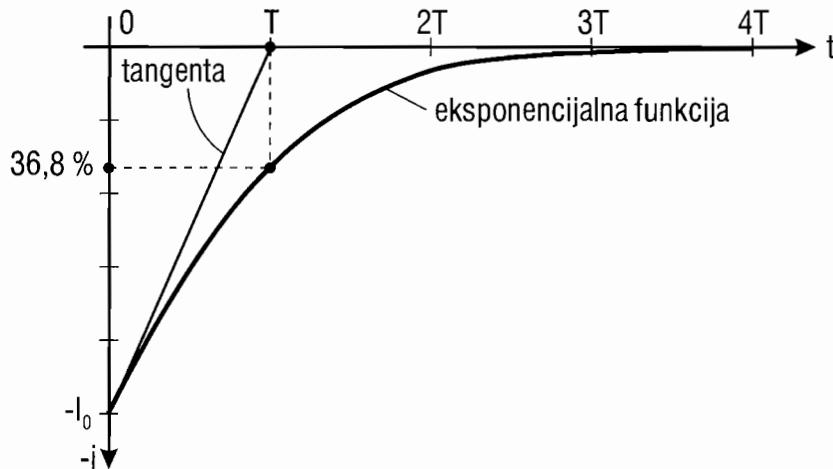
$$i = -I_0 \cdot e^{-\frac{t}{T}} = -I_0 \cdot \exp\left(-\frac{t}{T}\right) \quad (1-13)$$

Grafički prikaz napona i naboja na kondenzatoru za vrijeme prijelazne pojave pražnjenja kondenzatora prikazan je na Sl. 1.5. Apscisa je asimptota.



Sl. 1.5. Grafički prikaz napona i naboja za vrijeme izbijanja kondenzatora

Grafički prikaz smanjenja struje za vrijeme prijelazne pojave pražnjenja kondenzatora dat je na Sl. 1.6.



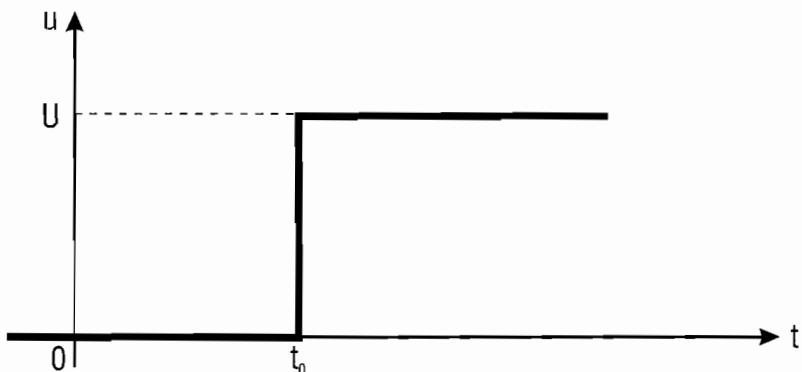
Sl. 1.6. Grafički prikaz struje za vrijeme izbijanja kondenzatora

Fizikalno objašnjenje pojave pražnjenja kondenzatora s energetskog stajališta je da se uskladištena električna energija iz kondenzatora pretvara u toplinsku energiju u otporniku  $R$  koja se disipira u okolinu. Praktično nakon 3 do 5 vremenskih konstanti završava pojava pražnjenja.

Sa stajališta automatike, svi sustavi koji imaju ovakvu dinamiku zovu se sustavima 1. reda. Grafički prikaz je uvijek jednak, ali je fizikalno razmatranje različito, npr. za **RC-članove**, **RL-članove**, porast temperature tijela koje se zagrijava i slično. Formule (matematički model) su iste, ali su različiti koeficijenti u njima:  $T$ , početne i konačne vrijednosti. Zanimljivo je da matematički opis fizikalno potpuno različitih procesa može biti jednak. Kažemo da su to **analogije**. Bitno je uočiti da **svaki sustav 1. reda ima jedno spremište energije**: u kondenzatoru je električna energija, u zavojnici je magnetska energija, u zamašnjaku mehanička kinetička energija itd. Budući da je samo jedno spremište energije u sustavu, znači da ne može doći do titranja energije između dva spremišta, pa ne može doći do pojave rezonancije i do nestabilnosti. Osim u automatici, poznavanje ovih prijelaznih pojava je važno u impulsnoj elektronici, energetskoj elektronici i termodinamici.

### 1.3. Ispitne funkcije za ispitivanje prijelaznih pojava

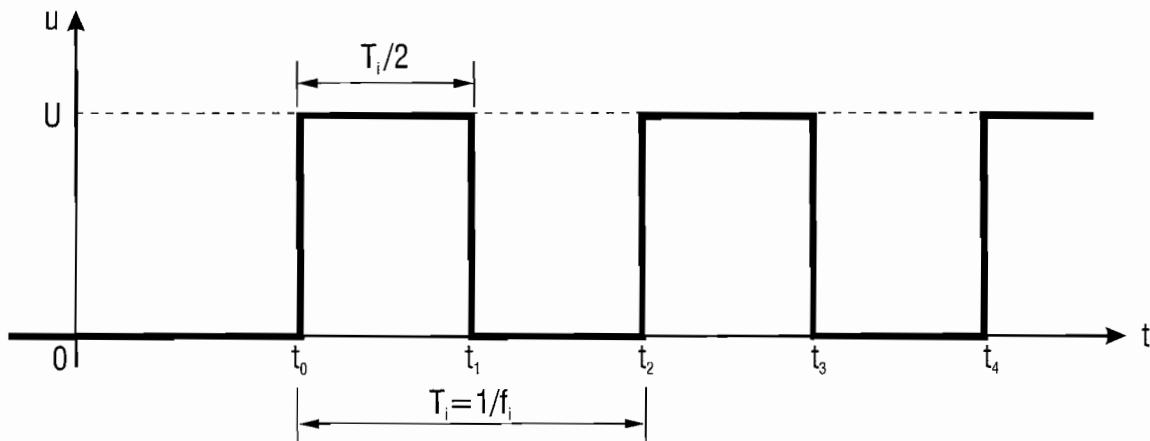
Grafički prikaz odskočne (step) funkcije dat je na Sl. 1.7.



Sl. 1.7. Grafički prikaz odskočne funkcije

Odskočna funkcija je najčešća u praksi. Ostvarujemo je zatvaranjem sklopke  $S$  u trenutku  $t_0$  pa je tada na **RC-član** priključen napon  $U$ . Smatramo da je sklopka idealna, odnosno da se trenutno zatvara i otvara. Ako želimo pomoći osciloskopu promatrati pobudu i odziv, treba nam osciloskop s pamćenjem zbog brzine prijelaznih pojava. Možemo raditi i s običnim osciloskopom ako umjesto jedne odskočne funkcije koristimo niz pravokutnih impulsa kao pobudu. Tada imamo iluziju ili privid mirne slike na ekranu, jer se slika prijelazne pojave obnavlja u ritmu frekvencije priključenih impulsa. Niz impulsa proizvodi generator funkcija.

Grafički prikaz niza pravokutnih impulsa dat je na Sl. 1.8.



Sl. 1.8. Grafički prikaz niza pravokutnih impulsa

- $U$  - amplituda impulsa, konstantni napon, mjerna jedinica je  $V$ ,
- $f_i$  - frekvencija impulsa, mjerna jedinica je  $Hz$ ,
- $T_i$  - period impulsa, mjerna jedinica je  $s$ ,
- $t_0$  - početak odskočna funkcije, mjerna jedinica je  $s$ ,
- $t_1$  - negativna odskočna funkcija koja znači prestanak trajanja impulsa, mjerna jedinica je  $s$ ,
- $T_i/2$  - poluperiod, mjerna jedinica je  $s$ .

Bitan je odnos između  $T_i/2$  i  $T$ . Ako je  $T=T_i/2$  onda će  $u_c$  doseći **63,2 %** svog konačnog iznosa za vrijeme punjenja kondenzatora. Ako je  $T_i/2 > 5T$ , onda je prijelazna pojava nabijanja kondenzatora završila za vrijeme trajanja priključenog napona  $U$ .

**Primjer**

$$R = \text{ } \text{k}\Omega$$

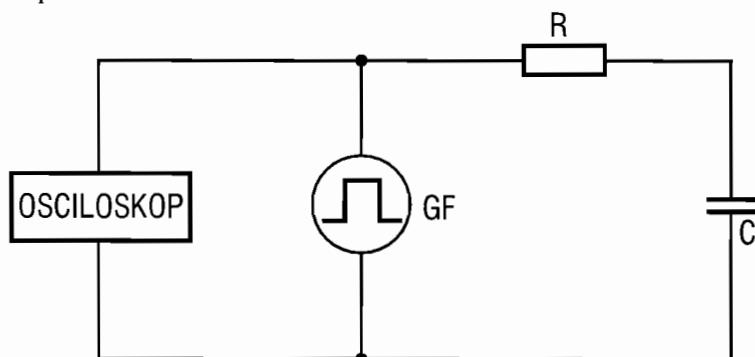
$$C = \text{ } \mu\text{F}$$

$$T = R \cdot C = \text{ } \mu\text{s}$$

$T_i/2 =$	$T_i =$	$f_i =$
$T_i/2 =$	$T_i =$	$f_i =$
$T_i/2 =$	$T_i =$	$f_i =$
$T_i/2 =$	$T_i =$	$f_i =$
$T_i/2 =$	$T_i =$	$f_i =$

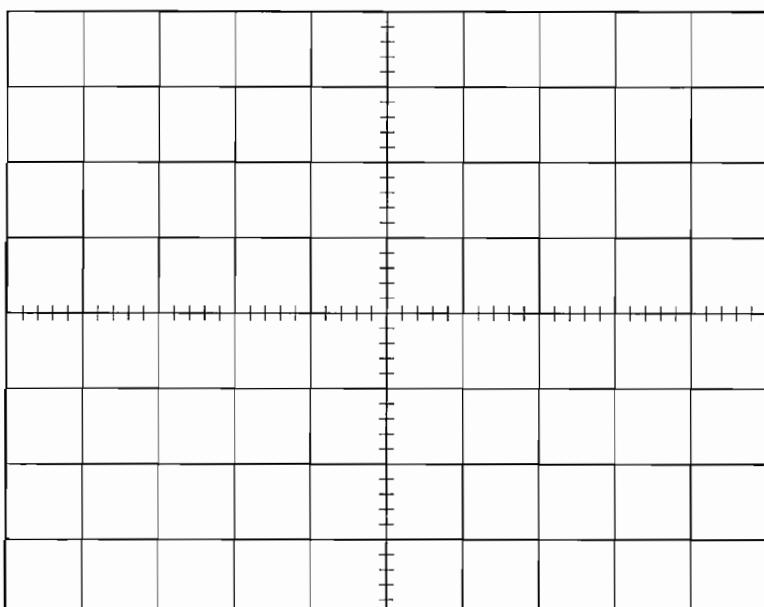
**PRAKTIČNI RAD****1. POKUS****Snimanje pravokutnog valnog oblika napona generatora funkcija**

Spojite električnu shemu prema Sl. 1.9.



Sl. 1.9. Električna shema za snimanje napona

Nacrtajte oscilogram pravokutnih naponskih impulsa.



Mjerilo

$$1 \text{ cm} \cong \text{ V}$$

$$1 \text{ cm} \cong \text{ s}$$

$$T_i =$$

$$f_i =$$

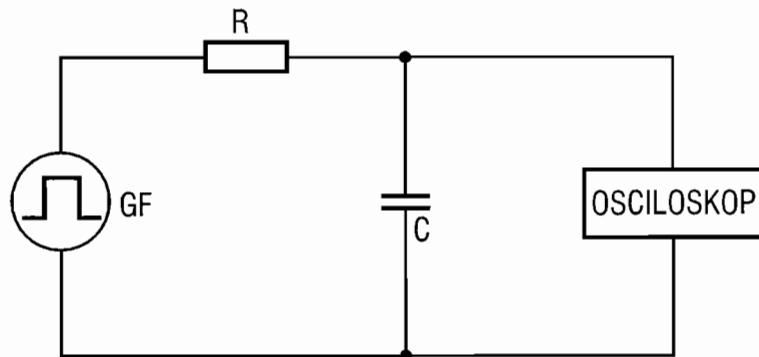
$$U_{vv} =$$

Za vrijeme ispitivanja ne mijenjamo amplitudu, već samo frekvenciju pravokutnih impulsa iz generatora funkcija.

## 2. POKUS

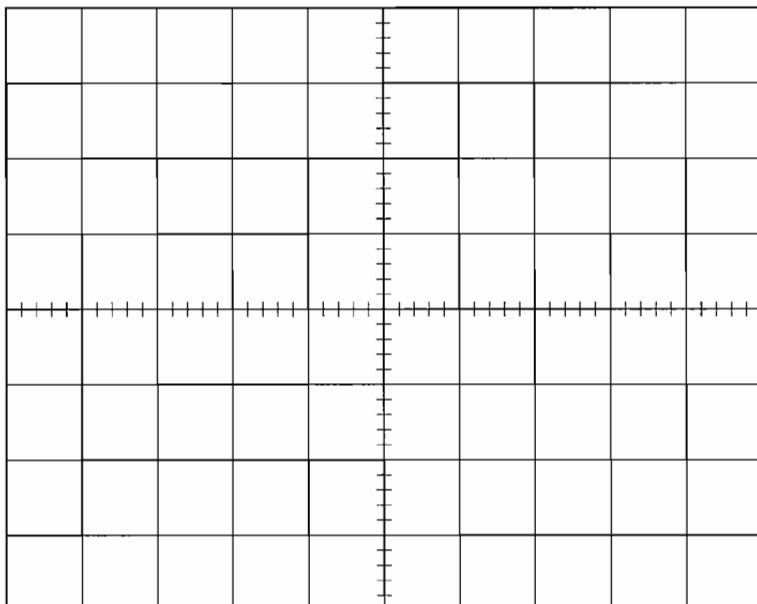
**Snimanje napona na kondenzatoru za vrijeme punjenja i pražnjenja kondenzatora**

Spojite električnu shemu prema Sl. 1.10.



Sl. 1.10. Električna shema za snimanje napona  $u_C$

Nacrtajte pet oscilograma napona na kondenzatoru uz promjenu frekvencije priključenih pravokutnih naponskih impulsa.



Mjerilo

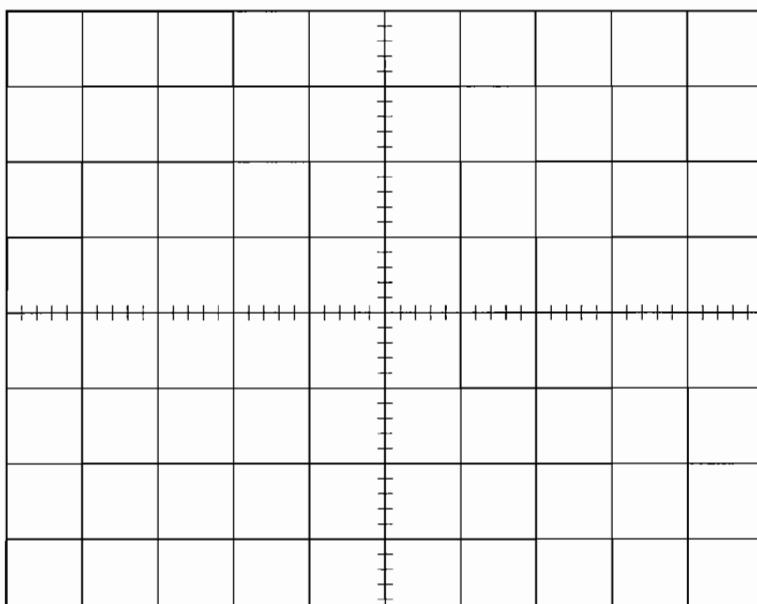
$$1 \text{ cm} \hat{=} \quad \text{V}$$

$$1 \text{ cm} \hat{=} \quad \text{s}$$

$$T_i =$$

$$f_i =$$

$$U_{vv} =$$



Mjerilo

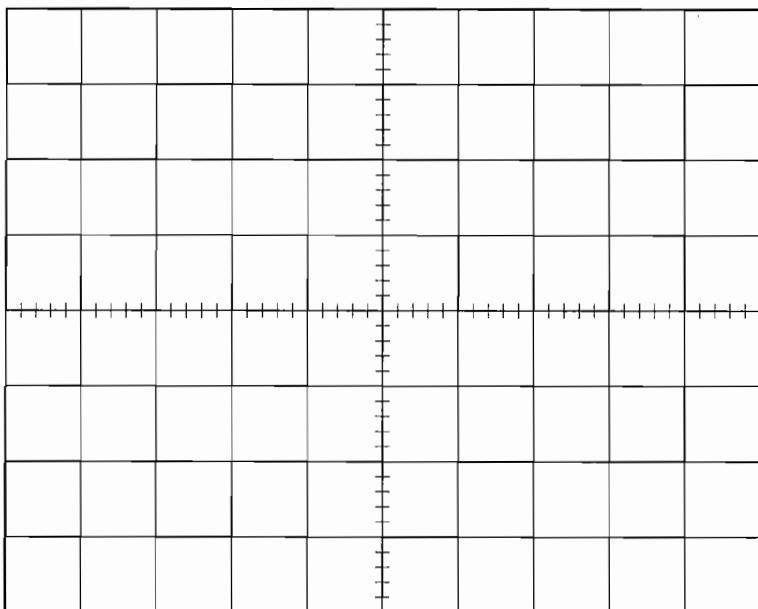
$$1 \text{ cm} \hat{=} \quad \text{V}$$

$$1 \text{ cm} \hat{=} \quad \text{s}$$

$$T_i =$$

$$f_i =$$

$$U_{vv} =$$



Mjerilo

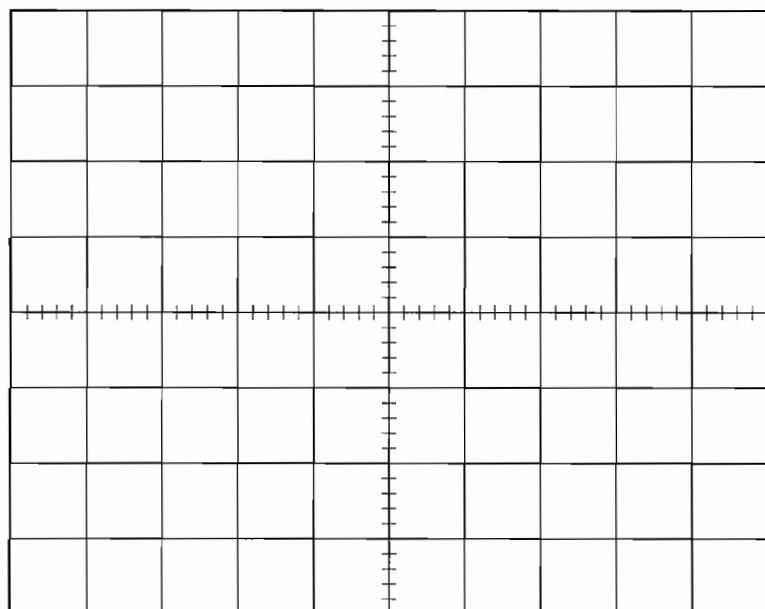
1 cm  $\cong$  V

1 cm  $\cong$  s

$T_i =$

$f_i =$

$U_{vv} =$



Mjerilo

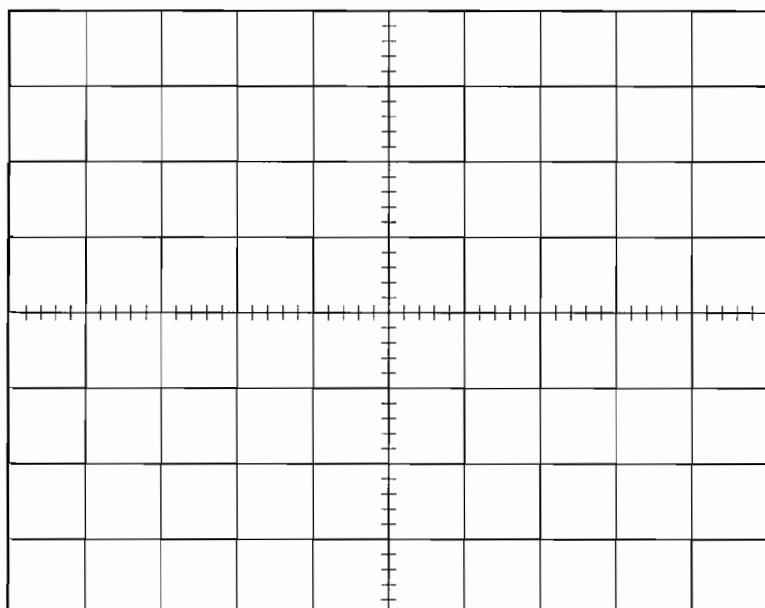
1 cm  $\cong$  V

1 cm  $\cong$  s

$T_i =$

$f_i =$

$U_{vv} =$



Mjerilo

1 cm  $\cong$  V

1 cm  $\cong$  s

$T_i =$

$f_i =$

$U_{vv} =$

Zaključak

---



---



---



---



---



---



---



---



---



---

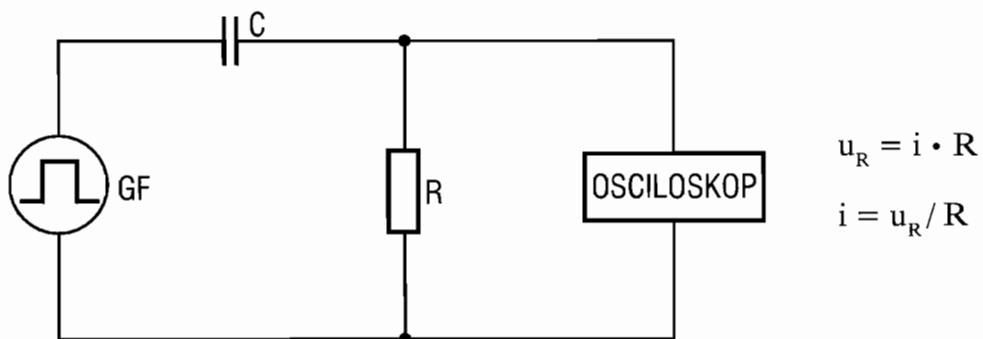


---

### 3. POKUS

#### Snimanje struje u električnom krugu mjeranjem pada napona na otporniku

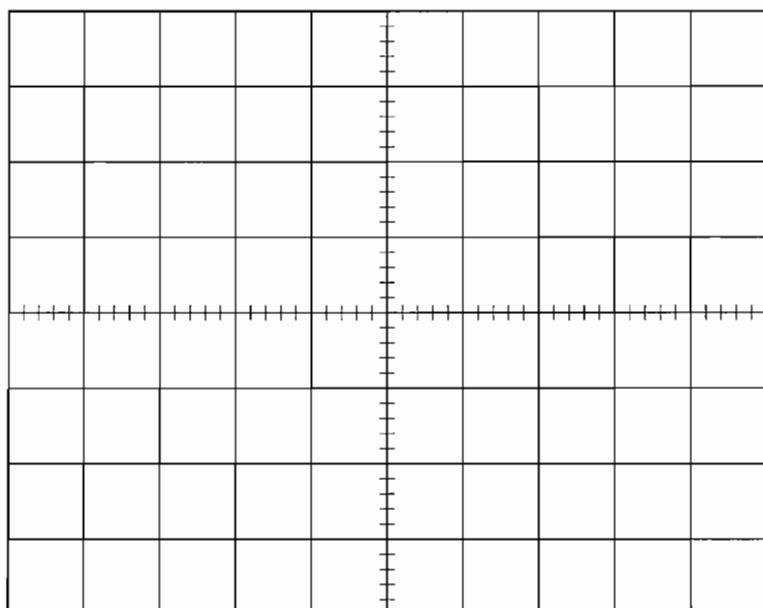
Spojite električnu shemu prema Sl. 1.11.



Sl. 1.11. Električna shema za snimanje valnog oblika struje

Struja ima isti valni oblik kao pad napona na otporniku **R**, ali joj je iznos manji za koeficijent **R**. Spoj se još naziva **CR-članom**.

Nacrtajte pet oscilograma pada napona na otporniku **R** za vrijeme nabijanja i izbijanja kondenzatora uz promjenu frekvencije priključenih pravokutnih naponskih impulsa.



Mjerilo

$$1 \text{ cm} \cong \text{V}$$

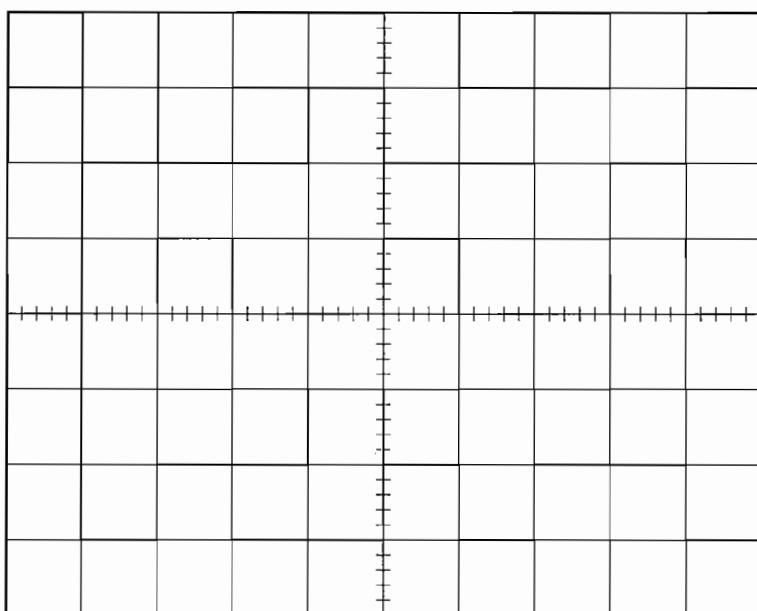
$$1 \text{ cm} \cong \text{s}$$

$$T_i =$$

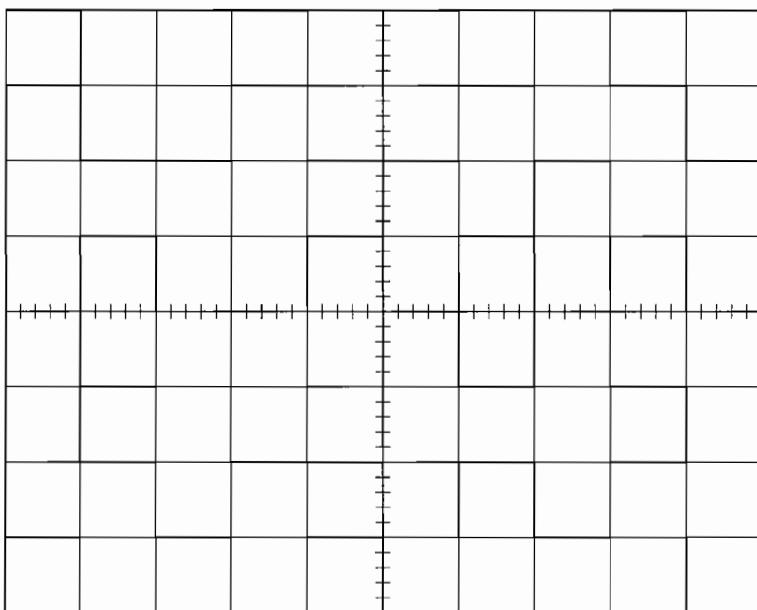
$$f_i =$$

$$U_{vv} =$$

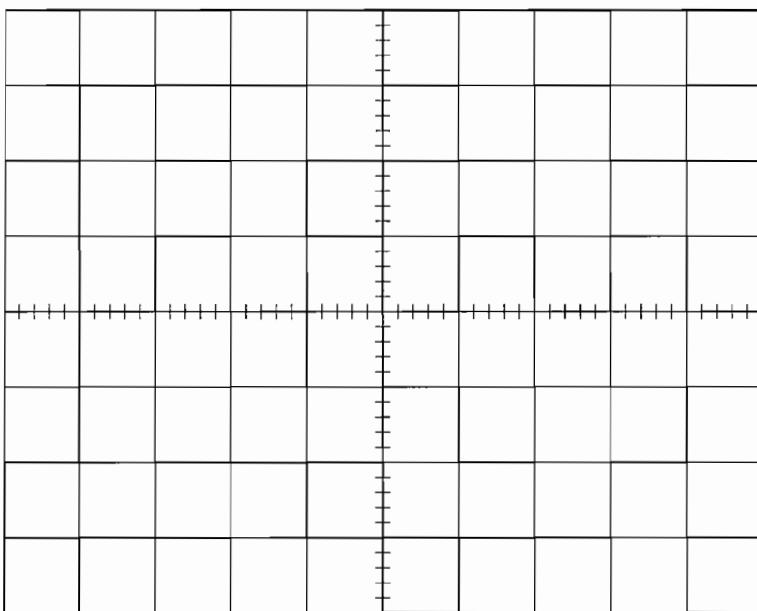
$$I_0 =$$



Mjerilo

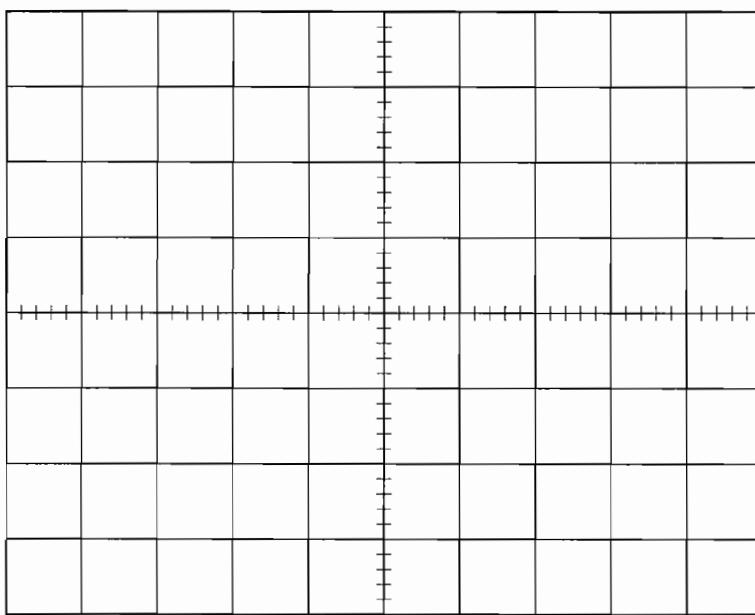
1 cm  $\cong$  V1 cm  $\cong$  s $T_i =$  $f_i =$  $U_{vv} =$ 

Mjerilo

1 cm  $\cong$  V1 cm  $\cong$  s $T_i =$  $f_i =$  $U_{vv} =$ 

Mjerilo

1 cm  $\cong$  V1 cm  $\cong$  s $T_i =$  $f_i =$  $U_{vv} =$



Mjerilo

1 cm  $\cong$  V

1 cm  $\cong$

$$T_i =$$

$f_i =$

$$U_{vv} =$$

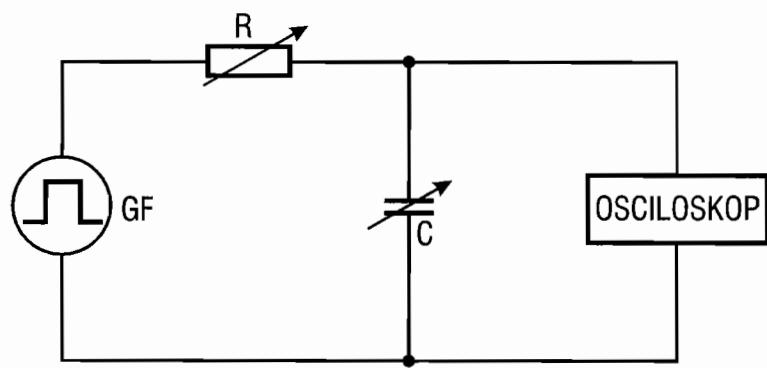
$$I_0 =$$

Zaključak

## 4. POKUS

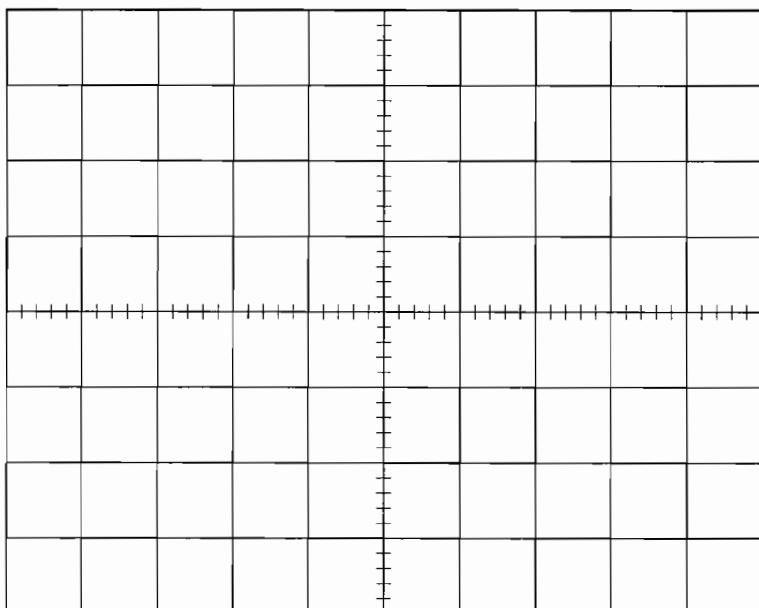
**Snimanje odziva RC-članova uz konstantnu frekvenciju ispitnih impulsa i promjenljivi iznos vremenske konstante**

Spojite električnu shemu prema Sl. 1.12.



Sl. 1.12. Električna shema za snimanje  $u_c$  uz promjenu iznosa  $T$

Nacrtajte pet oscilograma  $u_c$  uz promjenu iznosa  $T$  i uz konstantni iznos  $f_i$ .



$$R =$$

$$C =$$

$$T = R \cdot C =$$

Mjerilo

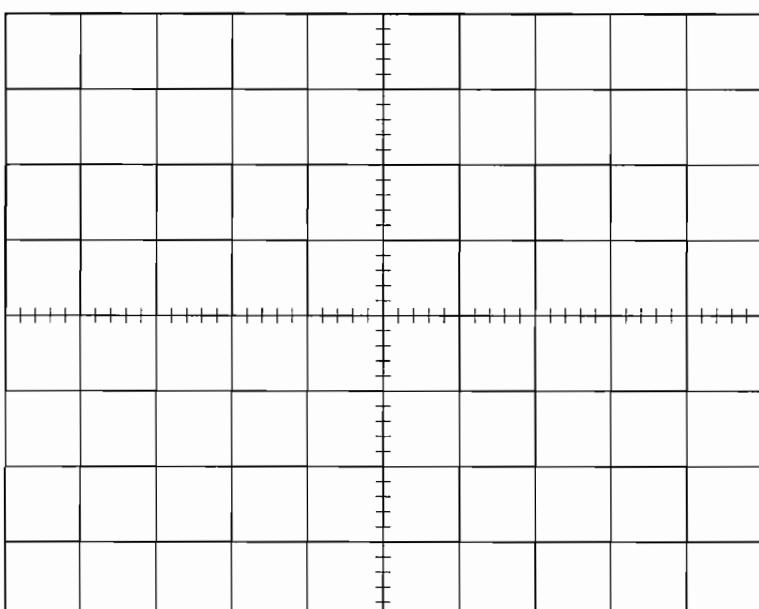
$$1 \text{ cm} \hat{=} V$$

$$1 \text{ cm} \hat{=} s$$

$$T_i =$$

$$f_i =$$

$$U_{vv} =$$



$$R =$$

$$C =$$

$$T = R \cdot C =$$

Mjerilo

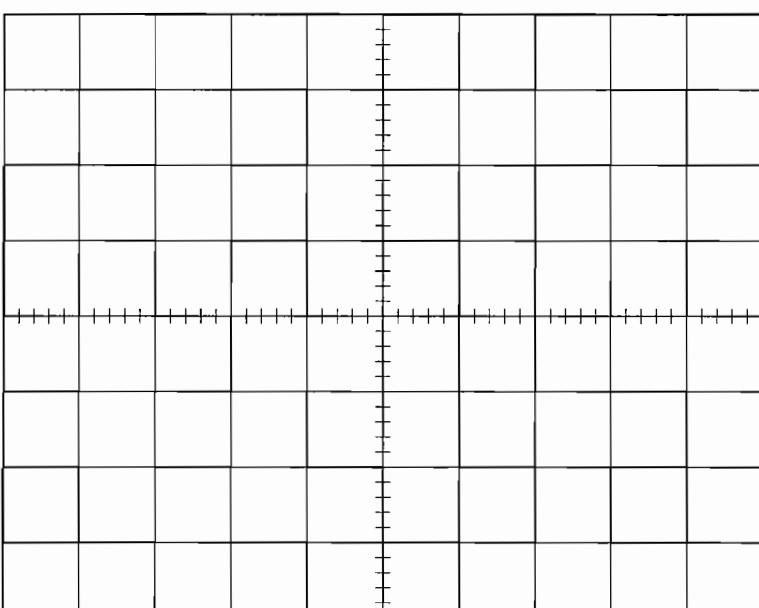
$$1 \text{ cm} \hat{=} V$$

$$1 \text{ cm} \hat{=} s$$

$$T_i =$$

$$f_i =$$

$$U_{vv} =$$



$$R =$$

$$C =$$

$$T = R \cdot C =$$

Mjerilo

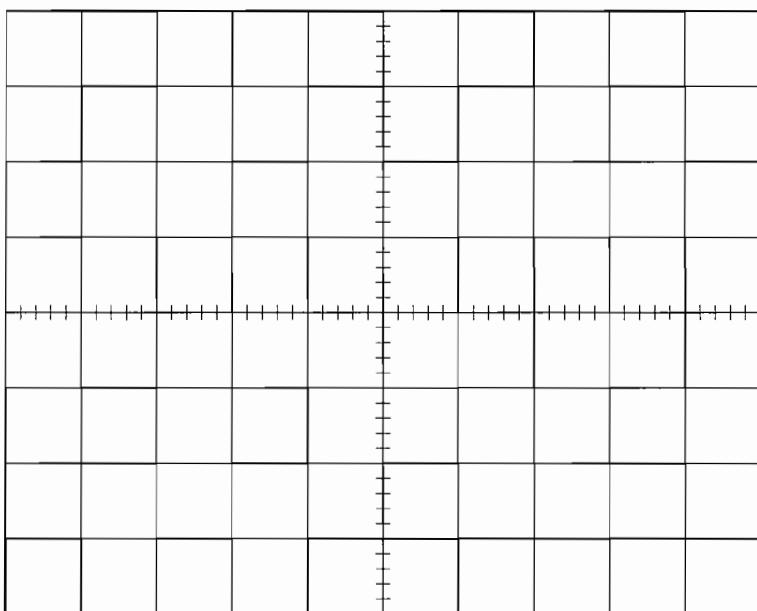
$$1 \text{ cm} \hat{=} V$$

$$1 \text{ cm} \hat{=} s$$

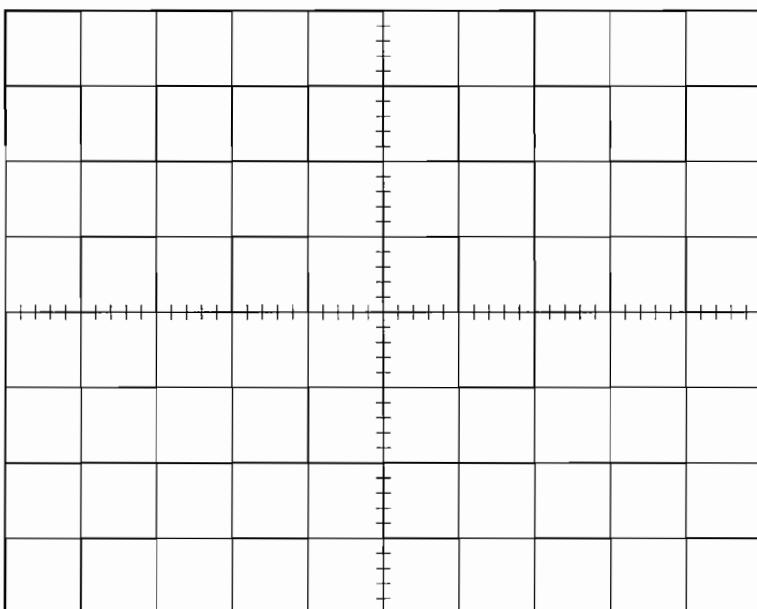
$$T_i =$$

$$f_i =$$

$$U_{vv} =$$

 $R =$  $C =$  $T = R \cdot C =$ 

Mjerilo

 $1\text{ cm} \hat{=}$  V $1\text{ cm} \hat{=}$  s $T_i =$  $f_i =$  $U_{vv} =$  $R =$  $C =$  $T = R \cdot C =$ 

Mjerilo

 $1\text{ cm} \hat{=}$  V $1\text{ cm} \hat{=}$  s $T_i =$  $f_i =$  $U_{vv} =$ 

Zaključak

---



---



---



---



---



---



---



---



---



---

IME I PREZIME:	RAZRED:	
ŠKOLA:		
PREDMET:		
2. LABORATORIJSKA VJEŽBA		
SKUPINA:	NADNEVAK:	OCJENA:

## ISPITIVANJE PRIJELAZNIH KARAKTERISTIKA U SUSTAVIMA DRUGOG REDA NA PRIMJERIMA SERIJSKIH RLC-ČLANOVA

### Popis instrumenata

- |   |  |
|---|--|
| <p>1. Univerzalni digitalni mjerni instrument</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- proizvođač</li> <li>- model</li> <li>- naponski mjerni opseg</li> </ul> <p>2. Generator funkcija ili generator valnih oblika</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- proizvođač</li> <li>- model</li> <li>- frekvencijsko područje</li> </ul> | <p>3. Dvokanalni analogni osciloskop</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- proizvođač</li> <li>- model</li> <li>- frekvencijsko područje</li> </ul> |
|---|--|

Pomoću digitalnog voltmetra izmjerili smo mrežni napon  $U =$   $V$ .

### "Zadaci za laboratorijske vježbe iz automatike"

13. izdanje

Zagreb, 2009.

**Autor** Velibor Ravlić, dipl. inž. el., inž. aeroteh.  
**Lektor** Vedrana Martinović, prof.  
**Recenzenti** Prof. dr. sc. Petar Crnošija, dipl. inž. el.  
Doc. dr. sc. Željko Ban, dipl. inž. el.  
Josip Ivasić, dipl. inž. el.  
Mato Skrletović, dipl. inž. el.

**Korektor** Velibor Ravlić  
**Grafički urednik** Velibor Ravlić  
**Priprema tiska** Gandalf d.o.o.  
**Tisk** Tiskara Zelina d.d.  
**Nakladnik** Ravel d.o.o.

**Priručnik je odobren 9. lipnja 1998. rješenjem Ministarstva prosvjete i športa Republike**

**Hrvatske (KLASA: UP/I°-602-09/98-01/115, URBROJ: 532-03-02/4-98-1).**

**Po zakonu je kažnjivo kopiranje, umnožavanje i prodaja knjige bez pisanog dopuštenja autora.**

CIP - Katalogizacija u publikaciji  
Nacionalna i sveučilišna knjižnica, Zagreb

UDK 372.868.15(075.3)(076.5)

RAVLJĆ, Velibor

Zadaci za laboratorijske vježbe iz automatike / Velibor Ravlić, Stjepan Bogdan, Zdenko Kovačić. - 13. izd.  
-Zagreb : Ravel d.o.o.. 2009. - 164 str. : ilustr. ; 30cm

Om. nasl. - Bibliografija uz tekst

ISBN 953-97246-3-5

1. Bogdan, Stjepan 2. Kovačić, Zdenko  
980616031

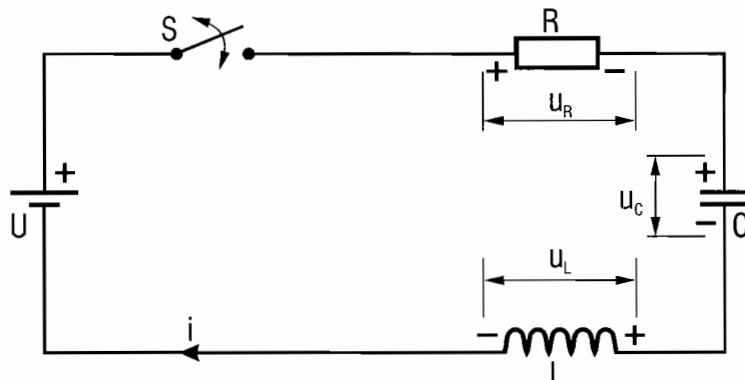
### Popis literature

1. Kuljača Lj., Vukić Z.: "Automatsko upravljanje sistemima", Školska knjiga, Zagreb, 1. izdanje, 1985.
2. Pašalić N.: "Osnove regulacione tehnike", Elektrotehnički fakultet, Zavod za elektrostrojarstvo, 3. svezak zbornika, Zagreb, 1977.
3. Šerman N.: "Osnove teorije linearnih dinamičkih sistema", Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 1977.
4. Šurina T.: "Analiza i sinteza servomehanizama i procesne regulacije", Školska knjiga, Zagreb, 1. izdanje, 1974. (Isto djelo je izašlo s drugim naslovom: "Automatska regulacija", 4. izdanje, 1991.)

## 2. PRIPREMA ZA VJEŽBU

### 2.1. Prijelazna pojava nabijanja kondenzatora u serijskom RLC-članu priključenom na istosmjerni izvor

Električna shema prikazana je na Sl. 2.1.



Sl. 2.1. Električna shema nabijanja kondenzatora

Stanje sustava prije zatvaranja sklopke:

$$u_C = 0 \quad u_R = 0 \quad u_L = 0 \quad i = 0 \quad q = 0 \quad (2-1)$$

Stanje sustava nakon završetka prijelazne pojave:

$$u_C = U \quad q = Q = C \cdot U \quad u_R = 0 \quad u_L = 0 \quad i = 0 \quad (2-2)$$

Stanje u trenutku nakon zatvaranja sklopke:

$$u_C = 0 \quad q = 0 \quad u_R = 0 \quad i = 0 \quad u_L = -U \quad (2-3)$$

Ovo je primjer sustava 2. reda zato jer ima dva spremišta energije. U kondenzatoru je uskladištena (akumulirana) električna energija u električnom polju, a u zavojnici je uskladištena magnetska energija u magnetskom polju. Sustav 2. reda može biti i paralelni **RLC-član**, te razni mehanički, hidraulički i pneumatički sustavi. Opis svih sustava drugog reda je formalno jednak, a to znači da se opisuju istim matematičkim formulama i dijagramima. To su analogije, odnosno **analogni sustavi**. Fizikalno objašnjenje im je sasvim različito, kao i koeficijenti u jednadžbama. Početna i konačna stanja su **statička stanja** sustava. U sustavima 2. reda može doći do titranja (oscilacija) ili izmjenjivanja energije između dva spremišta energije. Sustavi 1. reda imaju samo jedno spremište energije, pa tamo ne može doći do istitravanja. U sustavima 1. reda odziv je uvijek **neosulatoran** ili **aperiodski (neperiodičan)**, a u sustavima 2. reda može biti **osulatoran** ili **neosulatoran (aperiodski)**.

Prilikom ukљučenja sklopke dolazi do prijelazne pojave ili prijelaznog procesa. To je **dinamičko stanje** sustava. Prijelaz energije iz svitka u kondenzator i obrnuto je oscilacijska pojave - prigušeno titranje.

Dok je sklopka otvorena, sustav je energetski prazan ili umrтvlen. To je **statičko stanje**. Kada se sklopka zatvori nastaje prijelazna pojave. Nakon njenog završetka opet je statika. Statičko stanje je ustaljeno ili stacionarno stanje, a poznato nam je iz Osnova elektrotehnike. U automatici proučavamo **dinamiku**. Sustavi 2. reda su najvažniji u tehničkoj praksi. Ne samo da ih ima mnogo, već se obično i sustavi višeg reda svode na sustav 2. reda (približno se prikazuju ili aproksimiraju). Ne možemo regulirati neki objekt, ako ne poznajemo dobro njegove karakteristike. Zato su prijelazne pojave u sustavu 1. i 2. reda jako važne za automatiku. To su vremenski odzivi, jer se proučavaju promjene napona i struje u vremenu. Sasvim druga vrsta ispitivanja su frekvencijski odzivi (sinusoidalne pobude).

Kada se zatvori sklopka, kondenzator se počne nabijati preko otpornika i svitka. Struja raste sporije nego u **RC-članu** zbog induktiviteta. Da nema zavojnice, kondenzator bi se nabio na vršnu vrijednost priključenog napona nakon **5 T** ( $T = R \cdot C$ , vremenska konstanta). Tada bi prijelazna pojave bila gotova. Zavojnica djeluje na prijelaznu pojавu tako da se zbog prolaska struje u njoj akumulira magnetska energija. Kada se struja povećava ili smanjuje, u zavojnici se inducira napon po **Lenzovom** pravilu. To je pojava **samoindukcije**.

$$u_L = -L \frac{\Delta i}{\Delta t} \quad L = \frac{\mu_0 \cdot S \cdot N^2}{1} \quad (2-4)$$

gdje je

**L** - induktivitet,

**I** - duljina zavojnice,

**S** - površina poprečnog presjeka zavojnice,

$\mu_0$  - apsolutna magnetska permeabilnost.

**N** - broj zavoja,

Inducirani napon ovisi o induktivitetu svitka i o brzini promjene struje. Minus znači da je smjer inducirano napon takav da tjeera struju koja održava smanjujuću struju u krugu. Zato se kondenzator nabije na napon veći od priključenog napona izvora **U**. To je neprekiniti ili kontinuirani proces. U početku svitak koči porast struje, a kasnije se suprotstavlja smanjenju struje. Vidi se da induktivitet predstavlja neku vrstu električne trossnosti ili inercije. Kada je na kondenzatoru postignut vršni napon, kondenzator se ponaša kao izvor, jer je razlika električnog potencijala između **u<sub>c</sub>** i **U** velika. Tada se kondenzator počne prazniti ili izbijati, te struja počne teći kroz otpornik i zavojnicu u suprotnom smjeru. Zavojnica se opet, zbog induktiviteta, protivi promjeni struje. Iznos napona u suprotnom smjeru ne može dostići iznos kao prije zbog potrošnje električne energije u otporniku. Ona se pretvara u toplinsku energiju po **Jouleovom** zakonu i disipira se u okolinu.

$$p = i^2 \cdot R \quad (2-5)$$

Ovo je bio kvalitativni fizikalni opis. Matematički opis traži primjenu više matematike (diferencijalna jednadžba). Ovdje je prikazano samo rješenje te jednadžbe. Ona se pretvara u karakterističnu algebarsku jednadžbu 2. stupnja.

$$LC\lambda^2 + RC\lambda + 1 = 0 \quad (2-6)$$

$$\lambda_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}} \quad (2-7)$$

Postoje tri karakteristična slučaja u rješenju, prema tome je li izraz pod korijenom manji, veći ili jednak nuli.

### 1. slučaj

$$\frac{R^2}{4L^2} < \frac{1}{LC} \quad (2-8)$$

Iznos pod korijenom je manji od nule pa se pojavljuju konjugirano kompleksni korijeni.

$$\lambda_{1,2} = -\alpha \pm j\omega_p \quad (2-9)$$

$$\alpha = \frac{R}{2L} \quad (2-10)$$

**α** - faktor (koeficijent, čimbenik) prigušenja, mjera za prigušenje oscilacija, realni dio korijena,

$$\omega_p = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} \quad (2-11)$$

**ω<sub>p</sub>** - prigušena vlastita frekvencija sustava, imaginarni dio korijena.

Vidi se da je ovo slučaj oscilatornog odziva. Rješenjem diferencijalne jednadžbe dobiva se izraz za promjenu napona na kondenzatoru:

$$u_c = U \left[ 1 - e^{-\alpha t} \left( \frac{\alpha}{\omega_p} \cdot \sin \omega_p t + \cos \omega_p t \right) \right] \quad (2-12)$$

Nakon djelovanja pobude izlazna veličina **u<sub>c</sub>** približava se novom stacionarnom stanju uz prigušene oscilacije. Ako je **R = 0**, onda je i **α = 0** pa se **u<sub>c</sub>** mijenja oscilatorno s neprigušenom vlastitom frekvencijom **ω<sub>n</sub>**:

$$\omega_n = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad f_n = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad T_n = \frac{1}{f_n} \quad (2-13)$$

Ovo je **Thomsonova** formula poznata iz Osnova elektrotehnike za serijsku rezonanciju. **T<sub>n</sub>** je prirodno titrajno vrijeme.

## 2. slučaj

$$\frac{R^2}{4L^2} > \frac{1}{LC} \quad (2-14)$$

Iznos pod korijenom je veći od nule pa su korjeni karakteristične jednadžbe realni i različiti.

$$\lambda_{1,2} = -\alpha \pm \beta \quad (2-15)$$

$$\alpha = \frac{R}{2L} \quad (2-16)$$

$$\beta = \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}} \quad (2-17)$$

Sredeni izraz za promjenu  $u_c$ :

$$u_c = U \left[ 1 + \frac{-\alpha - \beta}{2\beta} e^{-\alpha t} \cdot e^{-\beta t} - \frac{-\alpha + \beta}{2\beta} e^{-\alpha t} \cdot e^{-\beta t} \right] \quad (2-18)$$

Ovo je **aperiodski** slučaj, jer se izlazna veličina  $u_c$  nakon priključenja na istosmjerni napon monotono (jednolično) približava novoj stacionarnoj vrijednosti.

## 3. slučaj

$$\frac{R^2}{4L^2} = \frac{1}{LC} \quad (2-19)$$

Izraz pod korijenom je nula, pa se pojavljuje jedan dvostruki korijen.

$$\lambda_{1,2} = -\alpha \quad (2-20)$$

Sredeni izraz za promjenu napona na kondenzatoru ima slijedeći oblik:

$$u_c = U \left[ 1 - e^{-\alpha t} (1 + \alpha t) \right] \quad (2-21)$$

Ovo je **granični aperiodski** slučaj, jer se izlazna veličina približava novom stacionarnom stanju (to je napon priključenog istosmjernog izvora) na najbrži aperiodski način (nema oscilacija i nadvišenja).

Uvodi se veličina koja se zove relativni koeficijent prigušenja ili stupanj prigušenja  $\zeta$ :

$$\zeta = \frac{\alpha}{\omega_n} \quad (2-22)$$

Postoji pet karakterističnih slučajeva:

- $\zeta > 1$ , aperiodski odziv ( $\alpha > \omega_n$ ),
- $\zeta = 1$ , granični aperiodski odziv ( $\alpha = \omega_n$ ),
- $0 < \zeta < 1$ , prigušeni oscilatorni odziv ( $\alpha < \omega_n$ ),
- $\zeta = 0$ , neprigušeni oscilatorni odziv ( $\alpha = 0$ ),
- $\zeta < 0$ , rasipajući oscilatorni odziv ( $\alpha < 0$ ).

Ako je  $\zeta = 0$ , ne troši se energija u sustavu pa je to **konzervativni** sustav. U praksi ne možemo ukloniti **R**. Za  $\zeta > 0$  je **dissipativni** sustav, jer se troši energija. Za postizanje  $\zeta < 0$  otpor treba biti negativan ( $R < 0$ ).

Što je manji stupanj prigušenja  $\zeta$ , to je veće nadvišenje odziva. Stupanj prigušenja  $\zeta$  je pokazatelj za prijelaznu pojavu sustava 2. reda. O iznosu  $\zeta$  ovisi i frekvencija prigušenih oscilacija  $\omega_p$ .

$$\omega_p = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} = \sqrt{\omega_n^2 - \alpha^2} = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} \quad (2-23)$$

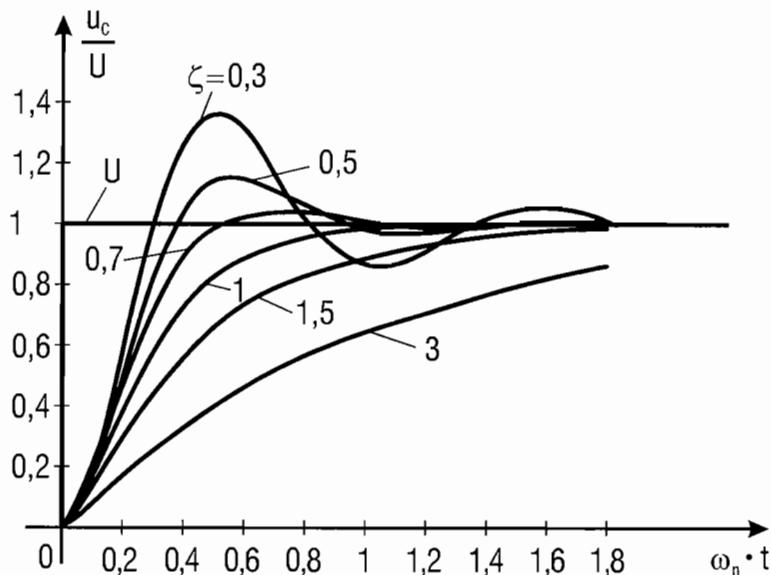
Što je veći iznos  $\zeta$ , to je manja  $\omega_p$ .

Vrijeme prvog maksimuma u odzivu iznosi:

$$t_m = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}} = \frac{\pi}{\omega_p} \quad (2-24)$$

U praksi se obično dopušta nadvišenje do 35% iznosa u stacionarnom stanju, a to odgovara iznosu  $\zeta = 0,3$ .

Grafički prikaz odziva sustava 2. reda prikazan je na Sl. 2.2.



Sl. 2.2. Odzivi sustava 2. reda (normirani dijagram)

Smatra se da je prijelazna pojava završila kada je izlazna veličina u granicama  $\pm(1 \div 5)\%$  od konačnog iznosa u stacionarnom stanju. To je vrijeme smirivanja  $t_s$  koje iznosi (3 za 5%, 4 za 2%, 5 za 1%):

$$t_s = \frac{3 \div 5}{\alpha} \quad (2-25)$$

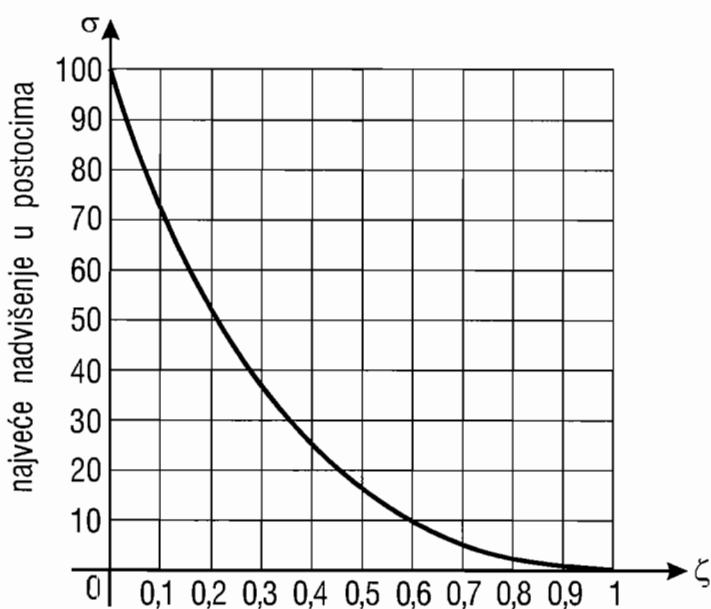
Najveći iznos napona na kondenzatoru u trenutku prvog maksimuma  $t_m$  iznosi:

$$U_{Cm} = U \left[ 1 + \exp \left( -\frac{\pi \cdot \zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \right) \right] \quad (2-26)$$

Najveće nadvišenje napona iznosi:

$$\sigma = 100 \frac{U_{Cm} - U}{U} = 100 \cdot \exp \left( -\frac{\pi \zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \right) \quad (2-27)$$

Grafički prikaz odnosa najvećeg nadvišenja i stupnja prigušenja prikazan je na Sl. 2.3.

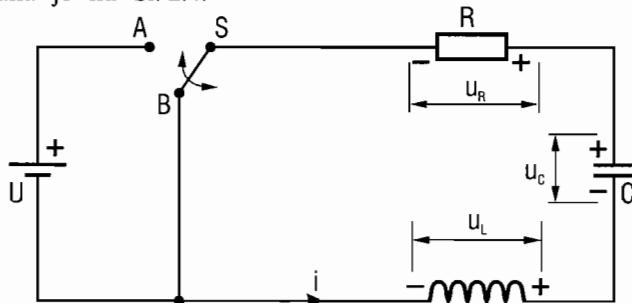


Sl. 2.3. Odnos najvećeg nadvišenja i stupnja prigušenja

Ako se serijski spoje dvije aperiodske komponente 1. reda s vremenskim konstantama  $T_1$  i  $T_2$ , dobije se ekvivalentna aperiodska komponenta 2. reda. Oscilatori (oscilacijski) odziv je važniji za proučavanje.

## 2.2. Prijelazna pojava pražnjenja kondenzatora u serijskom RLC-članu

Električna shema prikazana je na Sl. 2.4.



Sl. 2.4. Električna shema izbijanja kondenzatora

Ako je sklopka u položaju A, kondenzator je nabijen. To je **statika**:

$$u_C = U \quad q = C \cdot U = Q \quad i = 0 \quad u_R = 0 \quad u_L = 0 \quad (2-28)$$

Kada se sklopka prebaci u položaj B, počinje proces izbijanja kondenzatora. Na kraju prijelazne pojave uspostavljeno je novo stacionarno stanje:

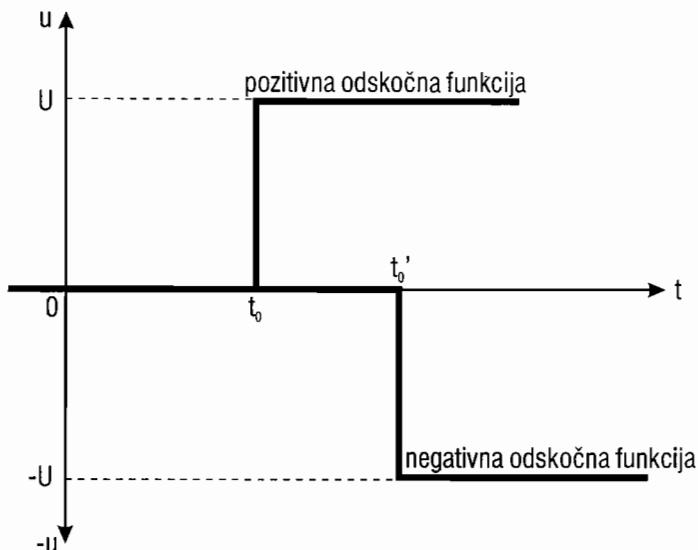
$$u_C = 0 \quad q = 0 \quad u_R = 0 \quad u_L = 0 \quad i = 0 \quad (2-29)$$

Fizikalno i matematičko razmatranje prijelazne pojave izbijanja kondenzatora je vrlo slično slučaju nabijanja. Prijelazna pojava je kratkotrajna **dinamika** sustava. Nakon njenog završetka sustav je energetski prazan ili umrтvlen. Sva energija koja je bila uskladištena u kondenzatoru, pretvara se u toplinsku energiju u otporniku. Ovisno o parametrima sustava (**R**, **L**, **C**), prijelazna pojava može biti **oscilatorna** ili **aperiodska**. Grafički prikaz dinamike je zrcalna slika dinamike za vrijeme nabijanja kondenzatora.

## 2.3. Ispitne (pobudne) funkcije ili signali

Prijelazne pojave se ispituju pomoću odskočne (step) funkcije koja se praktično ostvaruje pomoću mehaničke ili elektroničke sklopke.

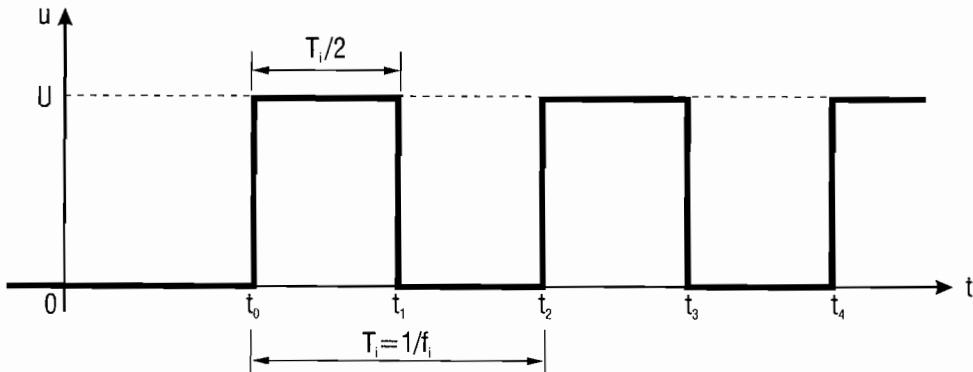
Grafički prikaz impulsa ostvarenog pomoću odskočnih funkcija dat je na Sl. 2.5.



Sl. 2.5. Stvaranje impulsa pomoću odskočnih funkcija

Ako želimo snimati na osciloskopu neperiodične brze promjene napona, onda moramo imati osciloskop s pamćenjem. Možemo raditi i s običnim analognim osciloskopom, ako umjesto obične sklopke koristimo generator pravokutnih signala. Zbog periodičnosti uključivanja i isključivanja dobije se iluzija ili pričin mirne slike na osciloskopu.

Grafički prikaz niza pravokutnih impulsa dat je na Sl. 2.6.



Sl. 2.6. Prikaz niza pravokutnih impulsa

U praksi se ne mogu postići trenutni skokovi napona. Uvijek postoji konačno vrijeme porasta i pada napona. Svaki pozitivni skok je jedna odskočna funkcija, a negativni skok napona je negativna odskočna funkcija. Dobiveni oscilogrami ovise o ispitnoj frekvenciji pravokutnih signala, jer je bitno ima li sustav dovoljno vremena za završetak prijelazne pojave punjenja i pražnjenja kondenzatora ili se oni prekidaju prije završetka. **Stupanj prigušenja  $\zeta$  određuje narav odziva.**

#### 2.4. Primjer proračuna odziva serijskog RLC-člana nakon priključenja na istosmjerni napon

$$R = 100 \Omega$$

$$L = 1 \text{ H}$$

$$C = 100 \mu\text{F}$$

$$U = 24 \text{ V}$$

$$\alpha = \frac{R}{2L} = 50$$

$$\omega_n = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 100 \text{ rad/s}$$

$$f_n = \frac{\omega_n}{2\pi} = 15,915 \text{ Hz}$$

$$T_n = 62,83 \text{ ms}$$

$$\zeta = \frac{R}{2L} \cdot \frac{1}{\omega_n} = \frac{\alpha}{\omega_n} = 0,5$$

$$\omega_p = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} = 86,6 \text{ s}^{-1} \quad f_p = 13,78 \text{ Hz} \quad T_p = 72,56 \text{ ms}$$

$$t_m = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}} = 38,27 \text{ ms}$$

$$U_{cm} = U \left[ 1 + \exp \left( -\frac{\pi \cdot \zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \right) \right]$$

$$U_{cm} = 24(1 + e^{-1,8138}) = 24(1 + 0,16) = 27,9 \text{ V}$$

$$u_c = U \left[ 1 - \frac{1}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \cdot \exp(-\alpha \cdot t) \cdot \sin \left( \omega_p \cdot t + \arctg \frac{\omega_p}{\alpha} \right) \right] \quad (2-30)$$

$$u_c = 24 \left[ 1 - 1,16 \cdot e^{-50t} \cdot \sin \left( 86,5t + \frac{\pi}{3} \right) \right]$$

$$u_L = \frac{U}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \cdot \exp(-\alpha \cdot t) \cdot \cos \left( \omega_p \cdot t + \arctg \frac{\alpha}{\omega_p} \right) \quad (2-31)$$

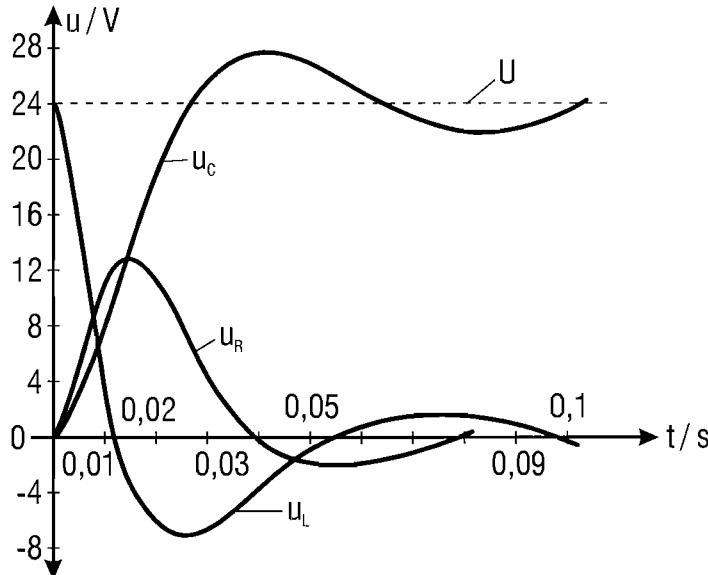
$$u_L = 27,7 \cdot e^{-50t} \cdot \cos \left( 86,5t + \frac{\pi}{6} \right)$$

$$u_R = \frac{2 \cdot U \cdot \alpha}{\omega_p} \cdot \exp(-\alpha \cdot t) \cdot \sin(\omega_p \cdot t) \quad (2-32)$$

$$u_R = 27,7 \cdot e^{-50t} \cdot \sin(86,5t)$$

Struja u krugu ima isti valni oblik kao pad napona na otporniku. Izrazi sadrže umnoške eksponencijalne i trigonometrijske funkcije.

Na Sl. 2.7. je grafički prikaz odskočne funkcije ( $U = 24 \text{ V}$ ) i odziva na odskočnu pobudu, odnosno promjene napona na elementima RLC kada se zatvori sklopka i serijski **RLC-član** se priključi na istosmjerni napon.



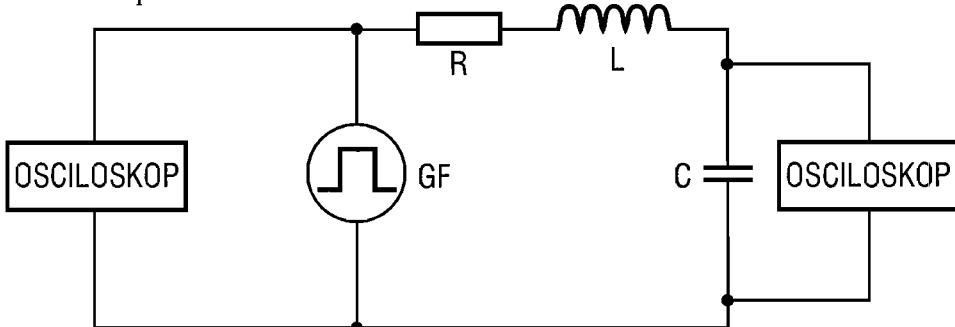
Sl. 2.7. Grafički prikaz napona u serijskom RLC-članu

## PRAKTIČNI RAD

### 1. POKUS

**Snimanje napona na članovima serijskog RLC-člana kao odziva na odskočnu pobudnu funkciju**

Spojite električnu shemu prema Sl. 2.8.



Sl. 2.8. Električna shema za mjerjenje  $u_c$

Generator funkcija šalje niz pravokutnih impulsa u **RLC-član**. Pomoću osciloskopa snimamo napone. Najprije snimamo pravokutni signal iz generatora i očitamo:

$$U_{vv} = \quad \text{V} \quad f_i = \quad \text{Hz} \quad T_i = \quad \text{s}$$

Za vrijeme ispitivanja ne mijenjamo amplitudu ovih signala. Radimo sa sljedećim vrijednostima:

$$R = \quad \Omega \quad L = \quad \text{H} \quad C = \quad \text{F} \quad U_{vv} = \quad \text{V}$$

Izračunajte:

$$\alpha = \frac{R}{2L} =$$

$$\omega_n = \frac{1}{\sqrt{LC}} =$$

$$T_n = \frac{2\pi}{\omega_n} =$$

$$\zeta = \frac{\alpha}{\omega_n} =$$

$$\omega_p = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} =$$

$$T_p = \frac{2\pi}{\omega_p} =$$

$$t_m = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}} =$$

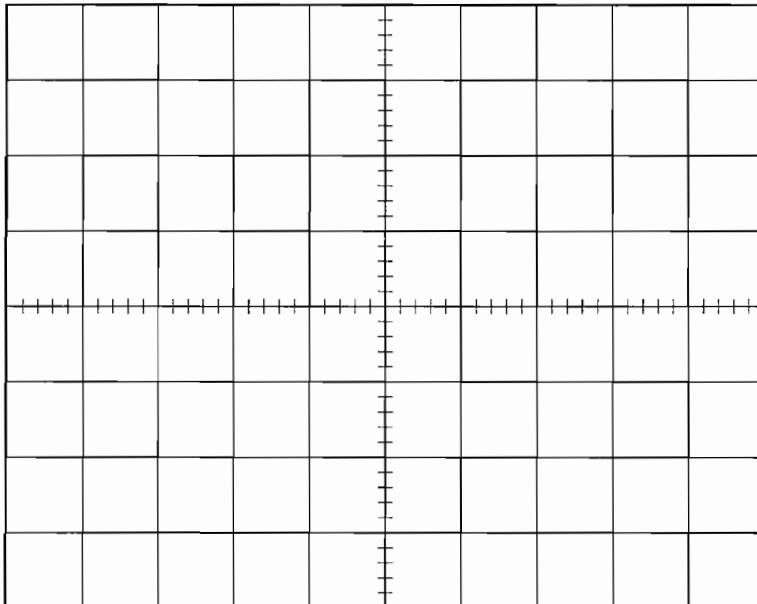
$$U_{Cm} = U_{vv} \left[ 1 + \exp \left( - \frac{\pi \cdot \zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \right) \right] =$$

$$\sigma = 100 \cdot \exp \left( - \frac{\pi \zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \right) =$$

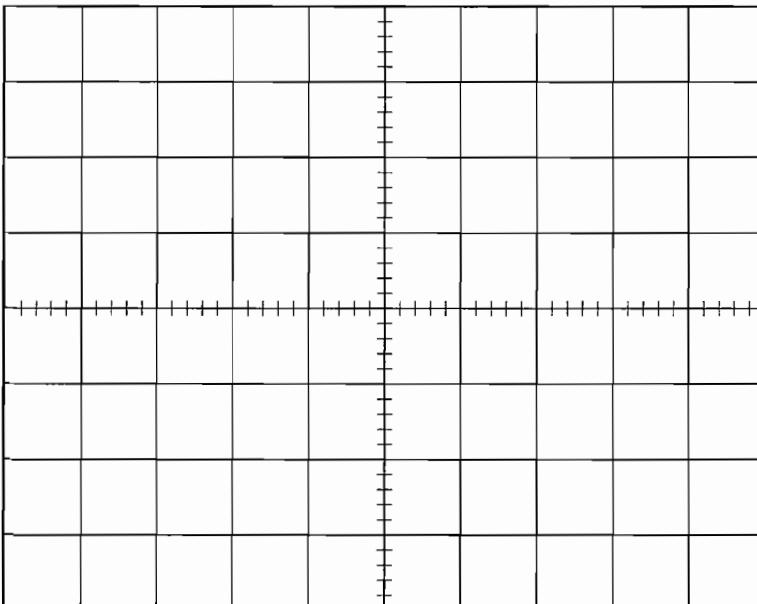
$$t_s = \frac{5}{\alpha} =$$

Realni elementi imaju tolerancije, a osciloskop grijesi oko **3 %**. Zato uspoređujemo izmjerene i izračunate vrijednosti.

Nacrtajte oscilogram napona  $u_c$  za vrijeme nabijanja, očitajte vrijednosti i usporedite izračunate i izmjerene vrijednosti. Bolje je koristiti vanjsku (eksternu) sinkronizaciju na osciloskopu.



Nacrtajte oscilogram napona  $u_R$  za vrijeme nabijanja.



Mjerilo

$$1 \text{ cm} \hat{=} \quad \text{V}$$

$$1 \text{ cm} \hat{=} \quad \text{s}$$

$$U_{Cm} =$$

$$t_m =$$

$$T_p =$$

$$f_p =$$

$$\omega_p =$$

$$t_s =$$

$$\sigma =$$

Mjerilo

$$1 \text{ cm} \hat{=} \quad \text{V}$$

$$1 \text{ cm} \hat{=} \quad \text{s}$$

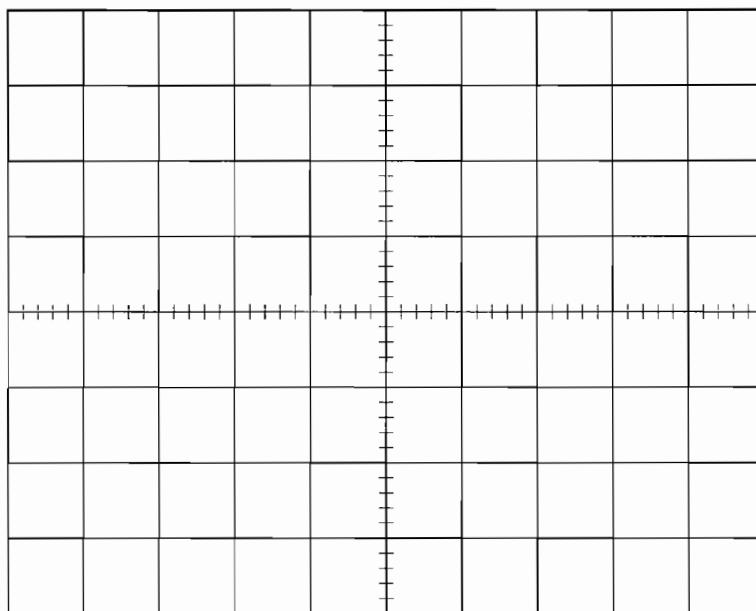
$$U_{Rm} =$$

$$U_{Rmin} =$$

$$t_s =$$

**2 / 10**

Nacrtajte oscilogram napona  $u_L$  za vrijeme nabijanja.



Mjerilo

1 cm  $\hat{=}$  V

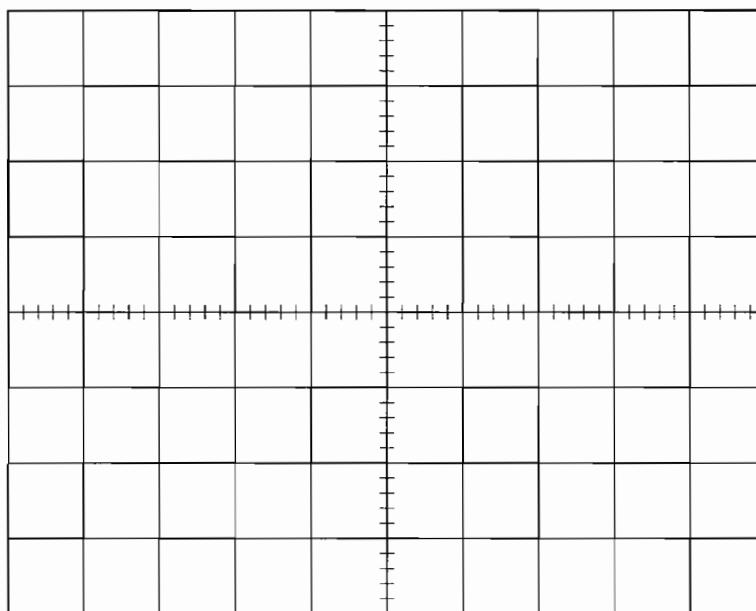
1 cm  $\hat{=}$  s

$U_{Lm} =$

$U_{Lmin} =$

$t_s =$

Nacrtajte oscilogram napona  $u_C$  za vrijeme nabijanja i izbijanja.



Mjerilo

1 cm  $\hat{=}$  V

1 cm  $\hat{=}$  s

$U_{Cm} =$

$U_{Cmin} =$

$t_s =$

Zaključak

---

---

---

---

---

---

---

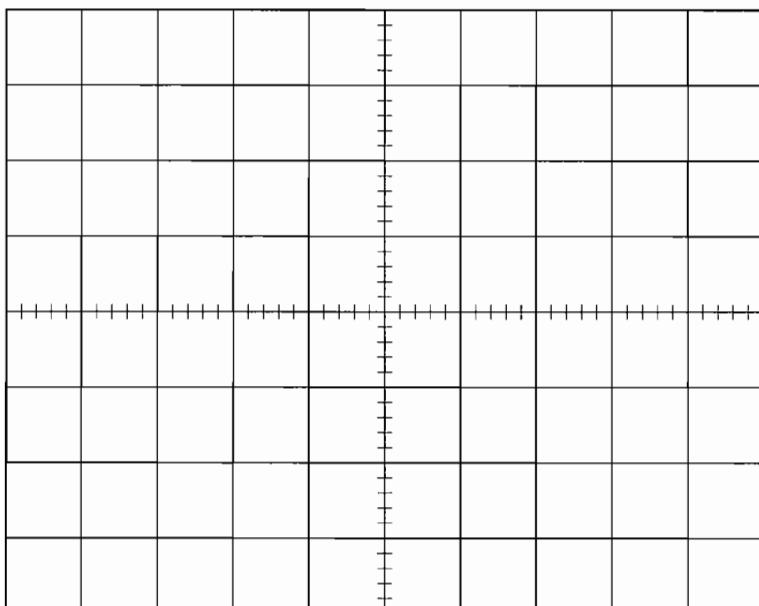
---

## 2. POKUS

### Snimanje napona $u_c$ uz promjenu frekvencije pobudnih pravokutnih signala

Električni mjerni spoj je isti kao i u 1. pokusu. Sve vrijednosti su iste, osim frekvencije pravokutnih impulsa iz generatora funkcija. Bitno je uočiti ima li sustav dovoljno vremena za završetak prijelazne pojave nabijanja i izbijanja kondenzatora. Za  $f_i = \text{Hz}$  smo već snimili odziv u 1. pokusu. Sada ispitujemo za još tri radne frekvencije.

Nacrtajte tri oscilograma za tri ispitne frekvencije pravokutnih impulsa.



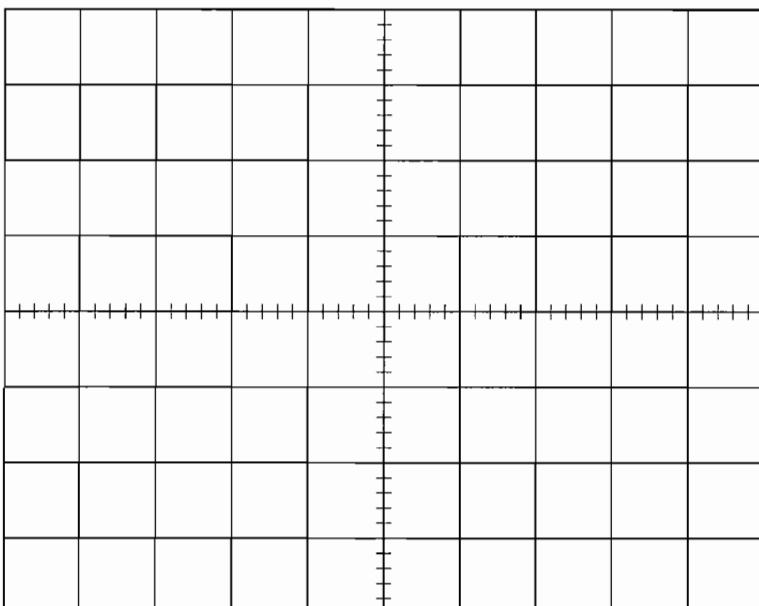
Mjerilo

$$1 \text{ cm} \cong \text{V}$$

$$1 \text{ cm} \cong \text{s}$$

$$f_i = \text{Hz}$$

$$U_{cvv} = \text{V}$$



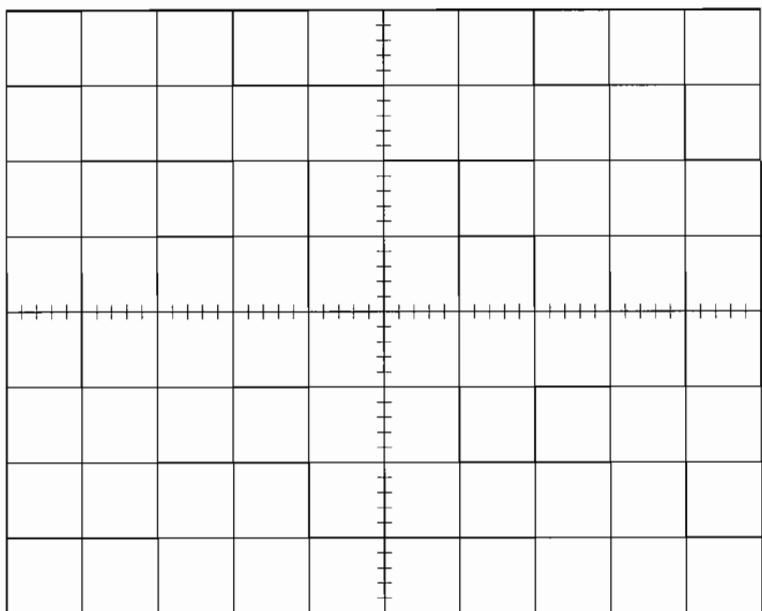
Mjerilo

$$1 \text{ cm} \cong \text{V}$$

$$1 \text{ cm} \cong \text{s}$$

$$f_i = \text{Hz}$$

$$U_{cvv} = \text{V}$$



Mjerilo

$$1 \text{ cm} \cong V$$

1 cm  $\hat{=}$  s

$f_i =$  Hz

$$U_{CVV} = V$$

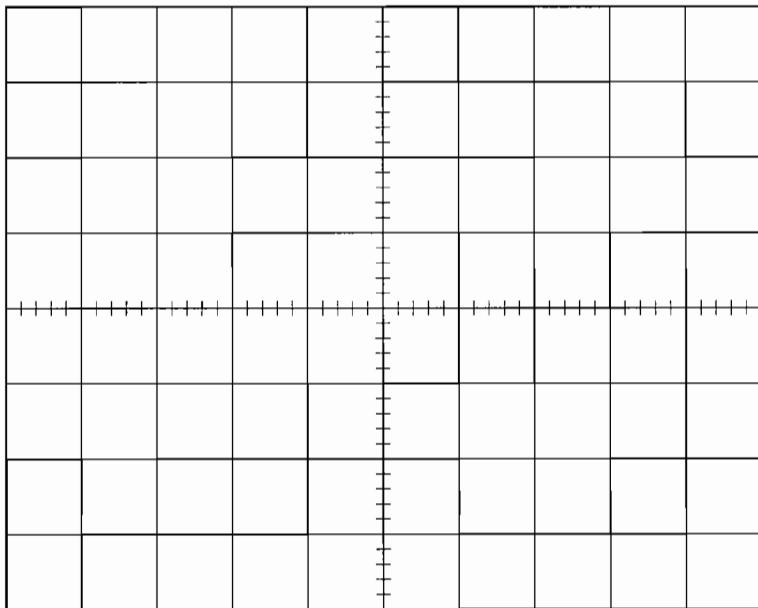
Zaključak

## 3. POKUS

**Snimanje napona  $u_c$  uz promjenu RLC-članova i uz nepromijenjenu frekvenciju pobudnih impulsa**

Pravokutni signali iz generatora funkcija su isti kao u 1. pokusu. Tamo smo snimali  $u_c$  za  $R = \Omega$ ,  $L = H$ ,  $C = F$ , te smo dobili prigušeni oscilatorni odziv. Sada mijenjamo ove tri veličine.

Nacrtajte oscilogram izrazito aperiodskog odziva  $u_c$ .



Mjerilo

$$1 \text{ cm} \hat{=} \text{ V}$$

$$1 \text{ cm} \hat{=} \text{ s}$$

$$R = \Omega \quad L = H$$

$$C = F \quad f_i = \text{Hz}$$

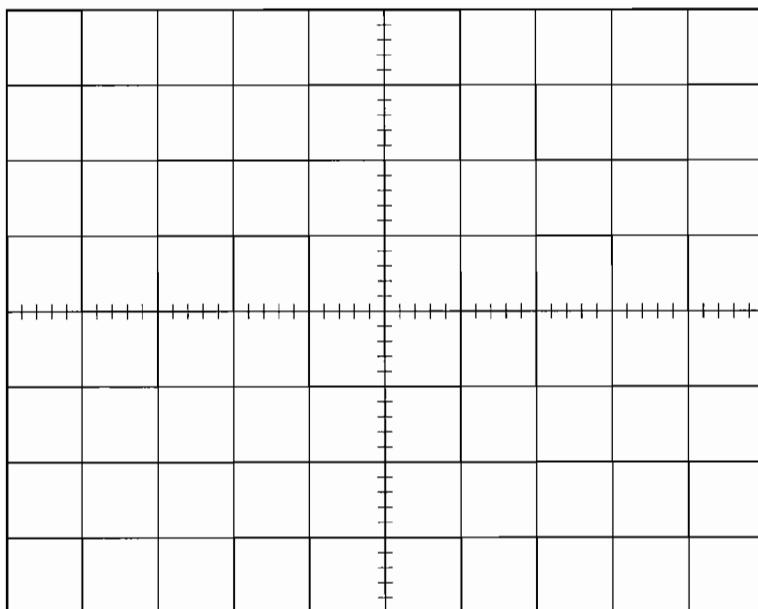
Izračunajte:

$$\alpha =$$

$$\omega_n =$$

$$\zeta =$$

Nacrtajte oscilogram graničnog aperiodskog odziva  $u_c$ .



Mjerilo

$$1 \text{ cm} \hat{=} \text{ V}$$

$$1 \text{ cm} \hat{=} \text{ s}$$

$$R = \Omega \quad L = H$$

$$C = F \quad f_i = \text{Hz}$$

Izračunajte:

$$\alpha =$$

$$\omega_n =$$

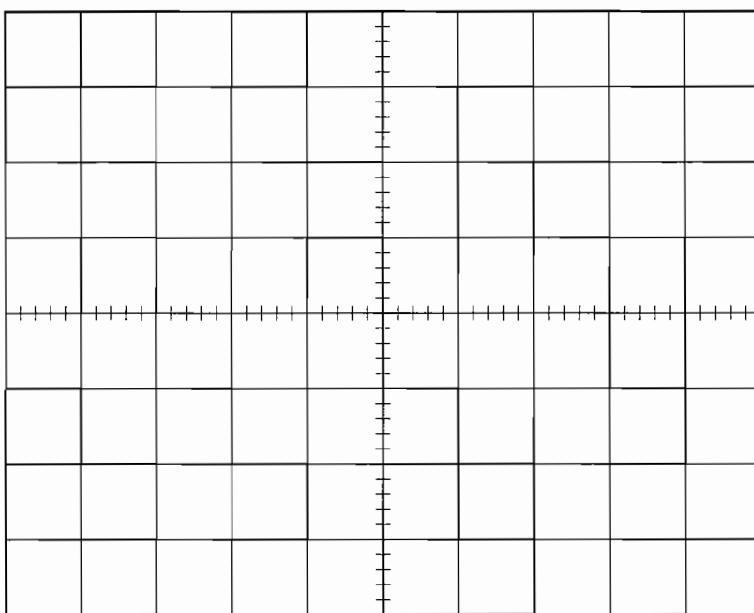
$$\zeta =$$

$$U_{cm} =$$

## 2 / 14

Oscilogram prigušenog oscilatornog odziva  $u_c$  smo već snimili u 1. pokusu.

Nacrtajte oscilogram izrazito oscilatornog odziva  $u_c$ . Usporedite izračunate i izmjerene vrijednosti.



Mjerilo

$$1 \text{ cm} \cong \text{ V}$$

$$1 \text{ cm} \cong \text{ s}$$

$$R = \Omega$$

$$L = \text{ H}$$

$$C = \text{ F}$$

$$f_i = \text{ Hz}$$

Izračunajte:

$$\alpha = \omega_n =$$

$$T_n = \zeta =$$

$$\omega_p = T_p =$$

$$\sigma =$$

$$t_s =$$

$$t_m =$$

$$U_{cm} =$$

Zaključak

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

IME I PREZIME:	RAZRED:	
ŠKOLA:		
PREDMET:		
<b>3. LABORATORIJSKA VJEŽBA</b>		
SKUPINA:	NADNEVAK:	OCJENA:

## SNIMANJE FREKVENCIJSKIH KARAKTERISTIKA SUSTAVA PRVOG I DRUGOG REDA NA PRIMJERIMA RC-ČLANOVA I SERIJSKIH RLC-ČLANOVA

### Popis instrumenata

- |   |                                   |
|---|-----------------------------------|
| 1. Univerzalni digitalni mjerni instrument        | 3. Dvokanalni analogni osciloskop |
| - proizvođač                                      | - proizvođač                      |
| - model   | - model                           |
| - naponski mjerni opseg                           | - frekvencijsko područje          |
| 2. Generator funkcija ili generator valnih oblika |                                   |
| - proizvođač                                      |                                   |
| - model   |                                   |
| - frekvencijsko područje                          | $, U_{vv} \leq V$                 |

Pomoću digitalnog voltmetra izmjerili smo mrežni napon  $U =$   $V$ .

### "Zadaci za laboratorijske vježbe iz automatike"

13. izdanje

Zagreb, 2009.

**Autor** Velibor Ravlić, dipl. inž. el., inž. aeroteh.  
**Lektor** Vedrana Martinović, prof.  
**Recenzenti** Prof. dr. sc. Petar Crnošija, dipl. inž. el.  
 Doc. dr. sc. Željko Ban, dipl. inž. el.  
 Josip Ivasić, dipl. inž. el.  
 Mato Skreljević, dipl. inž. el.

**Korektor** Velibor Ravlić  
**Grafički urednik** Velibor Ravlić  
**Priprema tiska** Gandalf d.o.o.  
**Tisk** Tiskara Zelina d.d.  
**Nakladnik** Ravel d.o.o.

**Priručnik je odobren 9. lipnja 1998. rješenjem Ministarstva prosvjete i športa Republike Hrvatske (KLASA: UP/I°-602-09/98-01/115, URBROJ: 532-03-02/4-98-1).**

**Po zakonu je kažnjivo kopiranje, umnožavanje i prodaja knjige bez pisanog dopuštenja autora.**

CIP - Katalogizacija u publikaciji  
 Nacionalna i sveučilišna knjižnica, Zagreb

UDK 372.868.15 (075.3)(076.5)

RAVLIĆ, Velibor

Zadaci za laboratorijske vježbe iz automatike / Velibor Ravlić, Stjepan Bogdan, Zdenko Kovačić. - 13. izd.  
 - Zagreb : Ravel d.o.o., 2009. - 164 str. : ilustr. ; 30 cm

Om. nasl. - Bibliografija uz tekst

ISBN 953-97246-3-5

1. Bogdan, Stjepan 2. Kovačić, Zdenko  
 980616031

### Popis literature

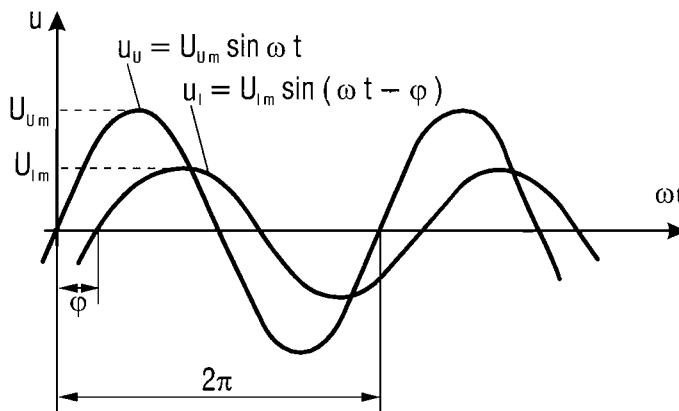
1. Biljanović P.: "Elektronički sklopovi", Školska knjiga, Zagreb, 1. izdanje, 1989.
2. Kuljača Lj., Vukić Z.: "Automatsko upravljanje sistemima", Školska knjiga, Zagreb, 1. izdanje, 1985.
3. Pašalić N.: "Osновe regulacione tehnike", Elektrotehnički fakultet, Zavod za elektrostrojarstvo, 3. svezak zbornika, Zagreb, 1977.
4. Šerman N.: "Osновe teorije linearnih dinamičkih sistema", Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 1977.
5. Šurina T.: "Automatska regulacija", Školska knjiga, Zagreb, 4. izdanje, 1991.

### 3. PRIPREMA ZA VJEŽBU

#### 3.1. Opći prikaz frekvencijskih karakteristika

U 1. i 2. laboratorijskoj vježbi ispitivali smo prijelazne karakteristike sustava 1. i 2. reda na primjerima RC-člana i serijskog RLC-člana. To je dinamika pasivnih članova koja se dobiva kao odziv na odskočnu (step) pobudnu (ispitnu) funkciju. Proučavanjem odziva možemo zaključiti kakvo je dinamičko ponašanje sustava. To je eksperimentalno ispitivanje **dinamike u vremenskom području**. Dobiveni odzvi se nazivaju vremenskim odzivima.

Postoji i drugo važno područje: ispitivanje dinamičkog ponašanja sustava u frekvencijskom području pomoću sinusoidalnih pobudnih signala. Treba odrediti odgovarajuću amplitudu ulaznog sinusoidnog signala i mijenjati mu frekvenciju. Na izlazu linearног sustava u stacionarnom stanju ne mijenjaju se frekvencija i valni oblik sinusoide, ali se mijenjaju amplituda i fazni pomak u ovisnosti u pobudnoj frekvenciji. **Frekvencijski odzivi** su važni, kao i vremenski, u raznim tehničkim područjima, npr. u automatsici, elektroakustici, elektromotornim pogonima i pojačalima. Snimanje frekvencijskih karakteristika je eksperimentalna metoda. Postoje instrumenti koji automatski snimaju frekvencijske karakteristike.



Sl. 3.1. Grafički prikaz sinusoidalne pobude i odziva

Sinusoidalni signal ima tri parametra: **amplitudu, frekvenciju i fazni pomak**. Svaki signal (valni oblik) može se rastaviti na sumu sinusoidalnih signala različite frekvencije i amplitute. To je Fourierova analiza. Ima veliku primjenu u praksi. Samo neke frekvencije su bitne za određeni sustav, npr.: za elektroakustiku od 16 Hz do 20 kHz, za telefoniju od 300 Hz do 3 kHz, dok su za elektromotore važne frekvencije ulaznog signala koje prolaze kroz motor bez znatnijeg izobličenja.

Kod električnih pojačala ispituje se frekvencijski opseg rada. Istosmjerno vezana pojačala imaju samo gornju graničnu frekvenciju,  $f_g$ , a izmjenično vezana ili **RC-vezana** pojačala imaju još i donju graničnu frekvenciju  $f_d$  zbog djelovanja veznog kondenzatora. Iz elektronike znamo da  $f_d$  nije nužna, već je posljedica konstrukcije, a  $f_g$  je prirodno svojstvo svakog pojačala zbog pojave parazitskih barijernih i difuzijskih kapaciteta.

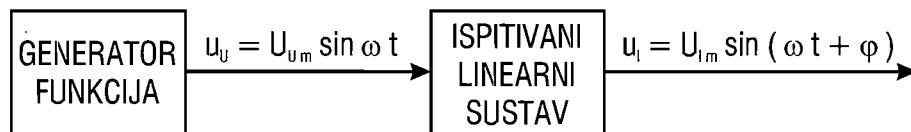
Sinusoidalna pobuda se još zove i harmonijska ili harmonička pobuda. U eksperimentalnom pristupu u elektrotehnici koristimo generator funkcija i osciloskop. Na generatoru se može mijenjati i frekvencija i amplituda pobudnih signala, a na zaslonu osciloskopa snimamo odzive.

Bitno je uočiti da je kod snimanja **vremenskih odziva** zanimljiva samo **prijelazna pojava** (dinamika) između početnog i konačnog stanja (to su stacionarne ili ustaljene vrijednosti). Kod snimanja **frekvencijskih odziva** ne proučava se prijelazna pojava nakon uključenja sinusoidalne pobude, već se snima sinusoidalni odziv linearног sustava u **ustavljenom (stacionarnom) stanju**.

Ulazna frekvencija se načelno može mijenjati od nula do beskonačnosti, ali u praksi je ograničen frekvencijski opseg ispitivanja u ovisnosti o ispitivanom uređaju, npr. za elektromotor je znatno uži frekvencijski opseg nego za električna pojačala. Način ispitivanja je isti za pasivne članove, pojačala, aktivne filtere itd.

#### 3.2. Bodeov prikaz frekvencijskih karakteristika

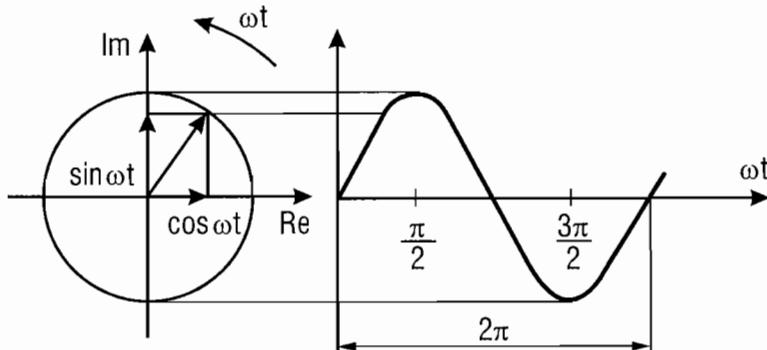
Blokovski prikaz snimanja frekvencijskih karakteristika je dat na Sl. 3.2.



Sl. 3.2. Blokovska shema ispitivanja linearног sustava.

Odnos amplituda izlaznog i ulaznog signala  $A = U_{Im} / U_{Um}$  je funkcija kružne frekvencije  $\omega = 2\pi f$  i naziva se **amplitudno frekvenčna karakteristika A ( $\omega$ )**. Taj odnos je različit za razne frekvencije ulaznog signala. Fazni pomak  $\phi$  je također funkcija  $\omega$  i naziva se **fazno frekvenčna karakteristika  $\phi (\omega)$** . Ove sinusoidalne (harmonijske) veličine možemo zapisati na simbolički način pomoću kompleksnih brojeva u eksponencijalnom zapisu (poznato je iz Osnova elektrotehnike).

Na Sl. 3.3. prikazan je odnos trigonometrijskog i eksponencijalnog oblika harmonijskih funkcija.



Sl. 3.3. Grafički prikaz sinusoidalne funkcije

$$e^{j\omega t} = \cos \omega t + j \sin \omega t \quad (3-1)$$

Vidi se povezanost trigonometrijskog i eksponencijalnog zapisa kompleksnog broja. Fizikalna stvarnost je sinusoida, odnosno imaginarni dio kompleksnog broja.

$$u_U(j\omega) = U_{Um} \cdot e^{j\omega t} \quad (3-2)$$

$$u_I(j\omega) = U_{Im} \cdot e^{j(\omega t + \phi)} \quad (3-3)$$

Odnos ovih izraza zove se fekvencijska prijenosna funkcija:

$$G(j\omega) = \frac{u_I(j\omega)}{u_U(j\omega)} \quad (3-4)$$

Frekvencijska prijenosna funkcija je kompleksni broj čiji je modul (apsolutna vrijednost) jednak odnosu amplituda izlazne i ulazne veličine. Zato se i koriste slova **G** (gain) i **A** (amplification) koja označavaju pojačanje. Argument ovog broja je jednak faznom pomaku izlazne veličine u odnosu na ulaznu veličinu.

#### Modul frekvencijske prijenosne funkcije:

$$| G(j\omega) | = A(\omega) \quad (3-5)$$

#### Argument frekvencijske prijenosne funkcije:

$$\arg G(j\omega) = \phi(\omega) \quad (3-6)$$

Analitički prikaz frekvencijskih karakteristika je neprikladniji od grafičkog prikaza. Budući da se uz dijagrame koriste i formule, zove se još i grafoanalitički prikaz.

Razvijeno ih je više vrsta:

1. **Bodeov dijagram** - logaritamska frekvencijska karakteristika,
2. **Nyquistov dijagram** - polarni dijagram u kompleksnoj ravnini,
3. **Nicholsov dijagram** - amplitudno fazni dijagram.

Bodeov dijagram je najvažniji u praksi, pa ćemo proučiti upravo taj grafoanalitički prikaz. Njegova su dva dijela:

1. **logaritamska amplitudno frekvenčna karakteristika,**
2. **fazno frekvenčna karakteristika.**

Kod crtanja Bodeovog amplitudnog dijagrama na ordinatu se nanosi logaritmirani modul frekvencijske prijenosne funkcije:

$$L(\omega) = 20 \cdot \log A(\omega), \text{dB} \quad (3-7)$$

$L(\omega)$  se izražava u **decibelima (dB)**. Decibel je logaritamski omjer amplituda.

Ako je omjer amplituda 2:1, onda je:

$$L(\omega) = 20 \cdot \log 2 \approx 6 \text{ dB} \quad (3-8)$$

Ako je omjer 10:1, onda je:

$$L(\omega) = 20 \cdot \log 10 = 20 \cdot 1 = 20 \text{ dB} \quad (3-9)$$

Jednom **dB** odgovara pojačanje od 1,12 puta. Ovisnost  $A(\omega)$  i  $L(\omega)$  prikazana je u Tablici 3.1.

$A(\omega)$	0,001	0,01	0,1	0,2	0,5	1	1,12	2	4	5	10	100	1000
$L(\omega), \text{dB}$	-60	-40	-20	-14	-6	0	1	6	12	14	20	40	60

Tablica 3.1. Ovisnost  $A(\omega)$  i  $L(\omega)$

Prilikom crtanja Bodeovog amplitudnog dijagrama na **apscisu se nanosi  $\omega$  u logaritamskom mjerilu**. Odnos frekvencija **2:1** zove se **oktava**, a odnos frekvencija **10:1** zove se **dekada**.

Apcisna os prolazi kroz točku **0 dB**, jer je **log 1 = 0**. Točka  $\omega = 0$  se nalazi lijevo na frekvencijskoj osi u beskonačnosti, jer je  $\log 0 = -\infty$ . Zbog toga se tako postave ordinata i apscisa da se desno nađe onaj dio logaritamske amplitudne karakteristike koji je zanimljiv za proučavanje.

Kod crtanja fazno frekvencijske karakteristike na apscisu se nanosi frekvencija u logaritamskom mjerilu kao i na Bodeovom amplitudnom dijagramu. Na ordinatu se nanosi fazni kut  $\phi$  u stupnjevima ili u radijanima u **linearnom mjerilu**. To je Bodeov fazni dijagram.

Vidimo da je amplitudni dijagram u **log-log mjerilu**, a fazni dijagram u **lin-log mjerilu**. Logaritamske skale se primjenjuju zbog sažimanja ili komprimiranja velikog opsega frekvencija i amplituda, pa se tako mogu nacrtati pregledni dijagrami frekvencijskih karakteristika. Drugi razlog uvodenja logaritamskih skala je što se komponente često spajaju serijski pa se njihove prijenosne funkcije množe, a logaritmiranjem se množenje pretvara u zbrajanje. Bodeov prikaz je približan, ali je raširen zbog jednostavnosti.

Najčešće se Bodeovi amplitudni dijagrami crtaju kao aproksimacije logaritamskih karakteristika koje imaju oblik izlomljenog pravca, a čiji dijelovi imaju nagibe koji su višekratnici veličine **20 dB** po dekadi.

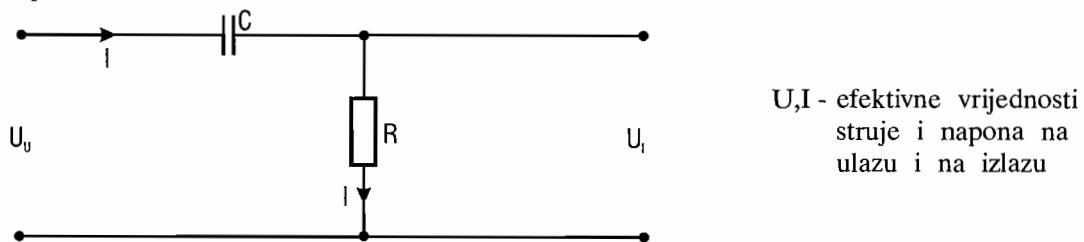
### 3.3. Frekvencijske karakteristike sustava prvog reda

Aperiodski član 1. reda je često prisutan u tehničkoj praksi, jer se pomoću njega opisuju razni linearizirani procesi u termodinamici (grijanje i hlađenje), energetskoj elektronici, električnim pojačalima, impulsnoj elektronici, električnim strojevima (promjena napona generatora i promjena brzine vrtnje nekih elektromotora), pasivnim filterima (**RC** i **RL-četveropoli**) itd. Dinamiku sustava 1. reda opisuje u vremenskom području vremenska konstanta **T**. Ona je matematički izraz za tromost (inerciju) sustava 1. reda. Članovi 1. reda su uvek aperiodski članovi. Oni imaju i filtrirajuća svojstva. To znači da neke frekvencije popuštaju, a neke ne popuštaju.

Razmotrimo najjednostavnije primjere pasivnih filtera u elektrotehnici. To su **CR** i **RC-član**.

#### 3.3.1. CR-član

On je **visokopropusni filter**, jer propušta samo visoke frekvencije, a niske prigušuje (potiskuje). Uz to unosi i fazni pomak.



Sl. 3.4. Električna shema CR-člana

Frekvencijska prijenosna funkcija ovog spoja ima sljedeći oblik:

$$G(j\omega) = \frac{U_i(j\omega)}{U_u(j\omega)} = \frac{I \cdot R}{I \cdot (R + \frac{1}{j\omega C})} = \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{j\omega RC}} = \frac{1}{\frac{1 + j\omega RC}{j\omega RC}} = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC} = \frac{j\omega T}{1 + j\omega T} \quad (3-10)$$

### 3 / 5

Opći oblik frekvencijske prijenosne funkcije:

$$G(j\omega) = \frac{K_p \cdot j\omega T}{1 + j\omega T} \quad (3-11)$$

gdje je  $K_p$  - koeficijent pojačanja koji u pasivnom članu iznosi  $K_p = 1$ .

Ovu frekvencijsku prijenosnu funkciju možemo prikazati u slijedećem obliku:

$$G(j\omega) = \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{R}{R - j\frac{1}{\omega C}} = \frac{1}{1 - j\frac{1}{\omega RC}} = \frac{1}{1 - j\frac{1}{\omega T}} \quad (3-12)$$

Donja granična frekvencija, koja označava da je koeficijent pojačanja pao na iznos  $\frac{1}{\sqrt{2}} = 0,707$  od iznosa referentnog pojačanja, iznosi:

$$f_d = \frac{1}{2\pi RC} = \frac{1}{2\pi T} \quad (3-13)$$

$$\omega_d = 2\pi f_d = \frac{1}{T} \quad (3-14)$$

Kružna frekvencija  $\omega_d$  još se naziva **lomnom frekvencijom**  $\omega_L$ . Ona je recipročna vrijednost vremenske konstante.

$$\omega_L = \frac{1}{T} \quad (3-15)$$

Frekvencijsku prijenosnu karakteristiku **CR-člana** možemo zapisati i na slijedeći način:

$$G(j\omega) = \frac{1}{1 - j\frac{1}{2\pi f RC}} = \frac{1}{1 - j\frac{1}{2\pi f T}} = \frac{1}{1 - j\frac{f_d}{f}} \quad (3-16)$$

Izraz za frekvencijsku karakteristiku **CR-člana** možemo prikazati i kao kompleksni broj u eksponencijalnom obliku:

$$G(j\omega) = |G| \cdot e^{j\varphi} \quad (3-17)$$

$$G(j\omega) = |G(j\omega)| \cdot \exp \left( j \cdot \arctg \frac{\text{Im}[G(j\omega)]}{\text{Re}[G(j\omega)]} \right) \quad (3-18)$$

$$A(\omega) = |G| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f_d}{f}\right)^2}} \quad (3-19)$$

$$\varphi = \arctg \frac{f_d}{f} \quad (3-20)$$

$$L(\omega) = 20 \log \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f_d}{f}\right)^2}} = 20 \cdot \left( \log 1 - \log \sqrt{1 + \left(\frac{f_d}{f}\right)^2} \right) = -20 \cdot \log \sqrt{1 + \left(\frac{f_d}{f}\right)^2} \quad (3-21)$$

Za crtanje Bodeovog amplitudnog dijagrama nije potrebno uvrštavati frekvencije u formulu i crtati točku po točku. Dovoljno je nacrtati asimptotsku logaritamsku amplitudnu karakteristiku. Za frekvencije  $\omega < 1/T$ , odnosno  $f \ll f_d$ , može se zanemariti jedinica pod korijenom, te je približni izraz:

$$L(\omega) = -20 \cdot \log \frac{f_d}{f}, \text{dB} \quad (3-22)$$

### 3 / 6

Kada je  $f \gg f_d$  može se zanemariti drugi član pod korijenom u odnosu na 1, pa slijedi:

$$L(\omega) = -20 \cdot \log 1 = -20 \cdot 0 = 0, \text{ dB} \quad (3-23)$$

To znači da se dobije vodoravni pravac na apscisnoj osi s nagibom **0 dB** po dekadi. Zbog  $K_p = 1$  u pasivnom članu taj pravac nije uzdignut iznad **0 dB**.

Dio lomljene karakteristike lijevo od frekvencije loma  $\omega_L$  ima nagib **+20 dB / dekadi**. To znači prirast amplitudne karakteristike. Određuje se na slijedeći način:

$$\Delta L = L_1 - L_2 = 20 \log \frac{f_2}{f_1} \quad (3-24)$$

za  $f_2 = 10 f_1$ , a to je jedna dekada, vrijedi

$$\Delta L = 20 \cdot \log 10 = 20 \cdot 1 = 20 \text{ dB} \quad (3-25)$$

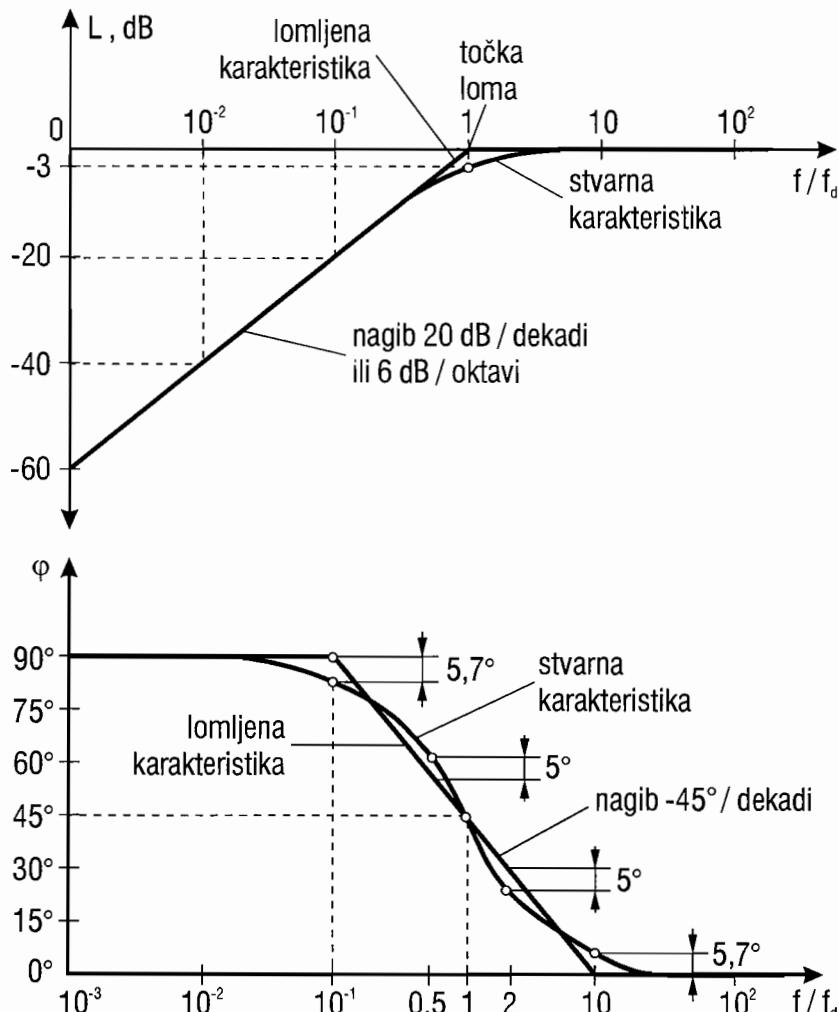
Ova idealizirana amplitudna karakteristika sastoji se od dva segmenta pravca koji se spajaju u točki loma kojoj pripada kružna frekvencija  $\omega_L$ , odnosno  $f_d$ . Odstupanje ove lomljene karakteristike je vrlo malo za sve frekvencije.

Najveće je odstupanje za  $\omega_L$ :

$$\begin{aligned} \Delta L &= 20 \cdot K_p - 20 \log \frac{K_p}{\sqrt{1^2 + (\frac{f_d}{f})^2}} = 20 \log 1 - 20 \cdot \log 1 + 20 (-\log \sqrt{1^2 + 1^2}) = \\ &= -20 \cdot \log \sqrt{2} = -3,01 \approx -3 \text{ dB} \end{aligned} \quad (3-26)$$

Važno je uočiti da je za  $L(\omega) > 0 \text{ dB}$  pojačanje signala ( $A(\omega) > 1$ ), a za  $L(\omega) < 0 \text{ dB}$  prigušenje signala ( $A(\omega) < 1$ ), jer je  $\log 1 = 0$ .

Na Sl. 3.5. prikazan je Bodeov dijagram amplitudno frekvencijske i fazno frekvencijske karakteristike za visokopropusni CR-član.



Sl. 3.5. Bodeov dijagram CR-člana (normirani dijagram)

### 3 / 7

Isto znači kada je nagib amplitudne karakteristike **20 dB / dekadi** ili **6 dB / oktavi**. Računanje nagiba po oktavi:

neka je  $f_2 = 2 \cdot f_1$ , pa je tada

$$\Delta L = L_1 - L_2 = 20 \cdot \log \frac{f_2}{f_1} = 20 \cdot \log 2 = 6 \text{ dB} \quad (3-27)$$

Na Sl. 3.5. vidi se razlika između stvarne i približne lomljene karakteristike koje u praksi crtamo. Zanemarenje je dopustivo, a veliki je dobitak na brzini rada i jednostavnosti.

Bodeov fazni dijagram se radi po izrazu:

$$\phi = \arctg \frac{f_d}{f} = \arctg \frac{1}{\omega T} = \arctg \frac{\omega_L}{\omega} \quad (3-28)$$

Računanje izraza za  $\phi$ :

$$G(j\omega) = \frac{j\omega T}{1 + j\omega T} \cdot \frac{1 - j\omega T}{1 + j\omega T} = \frac{\omega^2 T^2}{1 + \omega^2 T^2} + j \frac{\omega T}{1 + \omega^2 T^2} \quad (3-29)$$

$$\phi = \arctg \frac{\frac{\omega T}{1 + \omega^2 T^2}}{\frac{\omega^2 T^2}{1 + \omega^2 T^2}} = \arctg \frac{1}{\omega T} \quad (3-30)$$

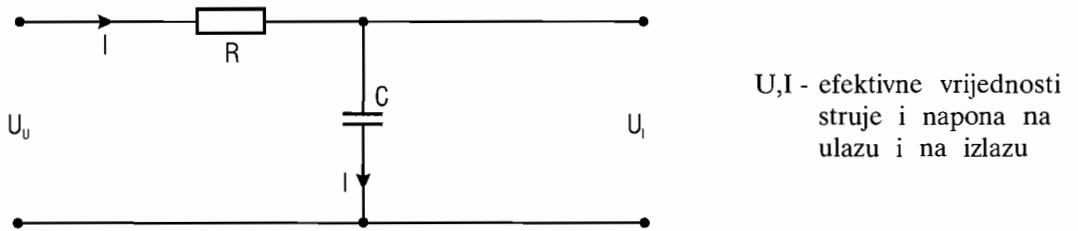
Stvarna fazno frekvencijska karakteristika se dobiva računanjem točku po točku. Približna lomljena karakteristika dobiva se na slijedeći način:

1. za  $0 < f < 0,1 f_d$  fazna karakteristika se približno prikazuje faznim pomakom (kutom)  $\phi = +90^\circ$ ,
2. za  $10 f_d < f < \infty$  fazna karakteristika se aproksimira faznim pomakom  $\phi = 0^\circ$ ,
3. za  $0,1 f_d < f < 10 f_d$  fazna karakteristika je prikazana pravcem koji prolazi kroz točku s koordinatama  $f = f_d$  i  $\phi = +45^\circ$  s nagibom  $-45^\circ$  po dekadi.

Najveće odstupanje stvarne i lomljene karakteristike iznosi  $5,7^\circ$ . Na frekvenciji  $\omega_L$  fazni zakret je  $+45^\circ$  i ne odstupa od stvarne karakteristike. Na niskim frekvencijama je  $\phi = +90^\circ$ , a na visokim frekvencijama je  $\phi = 0^\circ$ .

#### 3.3.2. RC-član

**RC-član** je **niskopropusni filter**, jer propušta samo niske frekvencije, a visoke prigušuje (potiskuje). Unosi i fazni pomak.



Sl. 3.6. Električna shema RC-člana

Frekvencijska prijenosna funkcija **RC-člana** ima slijedeći oblik:

$$G(j\omega) = \frac{U_i(j\omega)}{U_u(j\omega)} = \frac{I \cdot \frac{1}{j\omega C}}{I \cdot \left( R + \frac{1}{j\omega C} \right)} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{\frac{Rj\omega C + 1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + j\omega RC} = \frac{1}{1 + j\omega T} \quad (3-31)$$

Opći oblik frekvencijske prijenosne funkcije:

$$G(j\omega) = \frac{K_p}{1 + j\omega T} \quad (3-32)$$

### 3 / 8

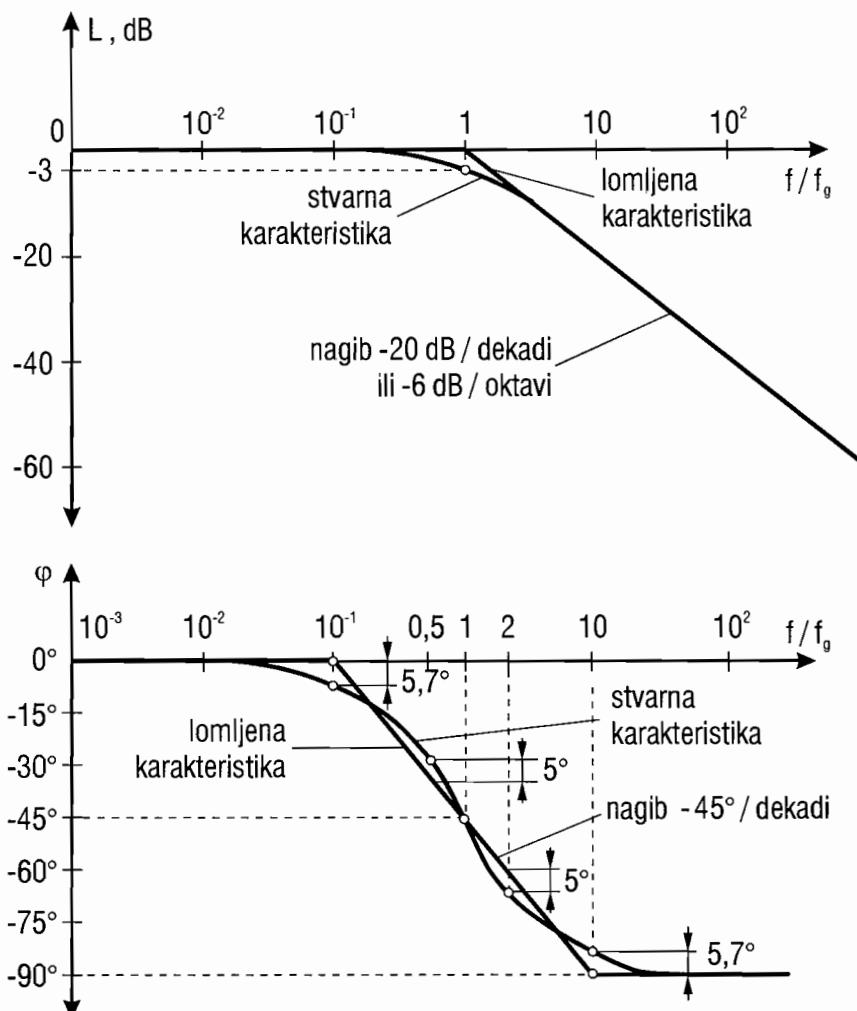
Drugi oblik frekvencijske prijenosne funkcije:

$$G(j\omega) = \frac{1}{1 + j 2 \pi R C f} = \frac{1}{1 + j \frac{f}{f_g}} \quad (3-33)$$

Gornja granična frekvencija iznosi:

$$f_g = \frac{1}{2 \pi R C} = \frac{1}{2 \pi T} \quad (3-34)$$

$$\omega_g = 2 \pi f_g = \frac{1}{T} \quad (3-35)$$



Sl. 3.7. Bodeov dijagram RC-člana (normirani dijagram)

Ova kružna frekvencija još se naziva lomnom frekvencijom  $\omega_L$ . Eksponencijalni zapis kompleksnog broja koji predočava frekvencijsku prijenosnu funkciju:

$$G(j\omega) = |G| \cdot e^{-j\phi} \quad (3-36)$$

$$G(j\omega) = |G(j\omega)| \cdot \exp \left( -j \cdot \arctan \frac{\text{Im}[G(j\omega)]}{\text{Re}[G(j\omega)]} \right) \quad (3-37)$$

$$A = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_g}\right)^2}} \quad (3-38)$$

$$\varphi = - \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{f}{f_g} \quad (3-39)$$

$$L(\omega) = 20 \cdot \log \sqrt{1 + (\frac{f}{f_g})^2}, \text{ dB} \quad (3-40)$$

Možemo računati točku po točku i crtati stvarne dijagrame ili odmah odrediti približne lomljene karakteristike kao kod CR-članova.

Pri frekvenciji  $f = f_g$  je  $|G| = \frac{1}{\sqrt{2}}$  ili **-3 dB**.

To je gornja granična frekvencija niskopropusnog **RC-filtera**. Tada je fazni pomak  $\varphi = -45^\circ$ .

Vidi se da je  $\varphi = 0^\circ$  za niske frekvencije, a  $\varphi = -90^\circ$  za visoke frekvencije. Najveće odstupanje lomljene karakteristike u odnosu na stvarnu faznu karakteristiku je **5,7°**.

### 3.4. Frekvencijske karakteristike sustava drugog reda

Sustavi drugog reda su najvažniji u automatici. Imaju dva spremišta energije. Vremenski odziv na odskočnu pobudnu funkciju može im biti **aperiodski** ili **oscilatorni**, u ovisnosti o stupnju prigušenja  $\zeta$ . Ako je  $\zeta > 1$ , odziv je **aperiodski** ili s **natkritičnim prigušenjem**. Za  $\zeta = 1$  zove se **granični aperiodski odziv** ili **kritično prigušenje**. Slučaj  $\zeta < 1$  je **prigušeni oscilatorni odziv**, a još se naziva **potkritično prigušenje**. Bodeovi amplitudni i fazni dijagrami mogu se crtati asimptotski ili se računaju točno točku po točku. Razmatramo odvojeno slučajeve potkritičnog i natkritičnog prigušenja, i to na najjednostavnijem primjeru serijskog **RLC-člana**.

#### 3.4.1. Aperiodski ili natkritično prigušeni slučaj ( $\zeta > 1$ )

Aperiodska komponenta 2. reda odgovora serijskoj vezi dvije aperiodske komponente 1. reda (npr. dva **RC-člana** ili dva **RL-člana**), ali može biti i **RLC-član** s natkritičnim prigušenjem.

Frekvencijska prijenosna funkcija ima oblik:

$$G(j\omega) = \frac{K_p}{(1 + j\omega T_1) \cdot (1 + j\omega T_2)} \quad (3-41)$$

gdje je

$K_p$  - koeficijent pojačanja, za pasivni član  $K_p = 1$ ,  
 $T_1, T_2$  - vremenske konstante (npr.  $T_1 = R_1 C_1$ ,  $T_2 = R_2 C_2$ ).

Amplitudno frekvencijska i fazno frekvencijska karakteristika imaju oblik:

$$L(\omega) = 20 \log A(\omega)$$

$$L(\omega) = -20 \log \sqrt{1 + (\frac{\omega}{\omega_{g1}})^2} - 20 \log \sqrt{1 + (\frac{\omega}{\omega_{g2}})^2}, \text{ dB} \quad (3-42)$$

$$\varphi = - \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{\omega}{\omega_{g1}} - \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{\omega}{\omega_{g2}} \quad (3-43)$$

**Određivanje asimptotske karakteristike  $L(\omega)$ :**

1. najprije se izračunaju lomne frekvencije  $\omega_{L1}$  i  $\omega_{L2}$ , odnosno  $f_g$  i  $f_g$  ( $\omega_{L1} = \frac{1}{T_1}$ ,  $T_1 = R_1 C_1$ ,  $f_g = \frac{1}{2\pi R_1 C_1}$ ),
2. odredi se iznos **20 log K<sub>p</sub>**, a za pasivne sustave je **20 log 1 = 0 dB**,
3. kroz točke  $\omega_{L1}$  i  $\omega_{L2}$  povuku se okomiti pravci,

### 3 / 10

4. za  $\omega < 1/T_1$  crta se karakteristika  $L(\omega)$  kao pravac s nagibom **0 dB / dekadi**

$$L(\omega) \approx 20 \log K_p = 20 \log 1 = 0 \text{ dB},$$

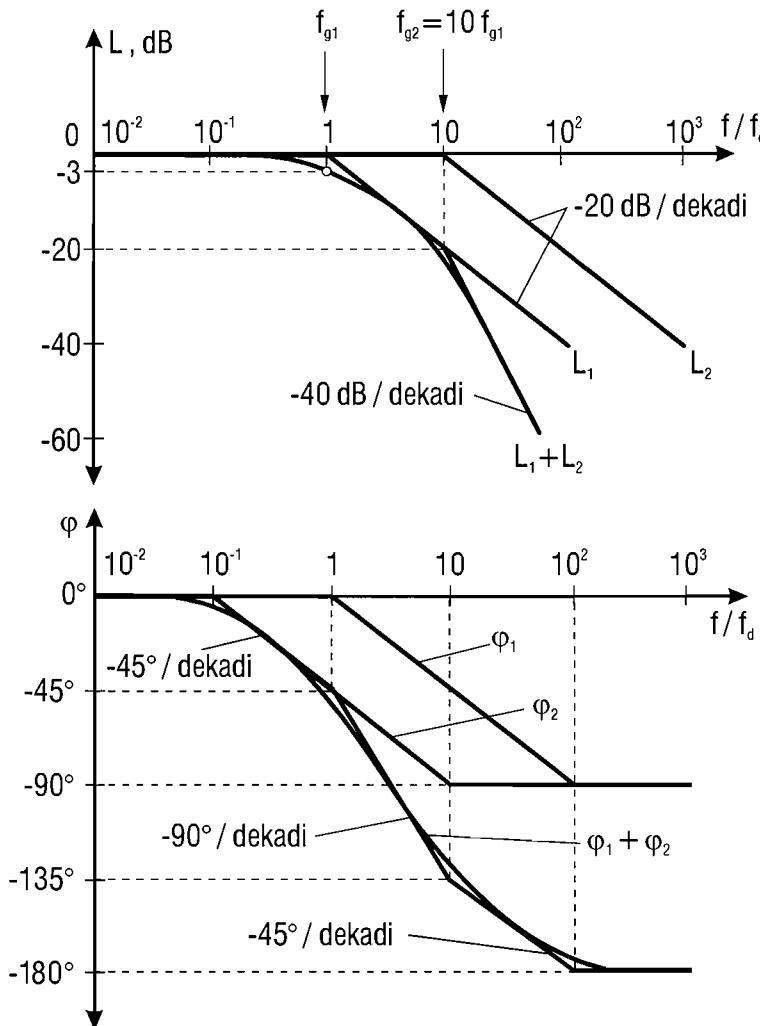
5. za  $1/T_1 < \omega < 1/T_2$  aproksimativno se crta  $L(\omega)$  kao asimptota s nagibom **-20 dB / dekadi**

$$L(\omega) \approx 20 \log \frac{K_p}{\omega T_1} = 20 \log \frac{1}{\omega T_1} = -20 \log \omega T_1,$$

6. u području  $\omega > 1/T_2$  Bodeov amplitudni dijagram ima nagib **-40 dB / dekadi**

$$L(\omega) \approx 20 \log \frac{K_p}{\omega^2 T_1 T_2} = 20 \log \frac{1}{\omega^2 T_1 T_2} = -20 \log \omega T_1 - 20 \log \omega T_2$$

Na Sl. 3.8. vidi se da je odstupanje asimptotskog Bodeovog dijagrama od stvarnog vrlo malo. Pri crtanjtu amplitudne i fazne karakteristike uzeto je da je odnos  $f_{g2}/f_{g1} = 10$ .



Sl. 3.8. Bodeov dijagram aperiodskog **RLC-člana** (normirani dijagram)

Nagibi asimptotskih karakteristika imaju u automatiči još i sljedeće oznake:

- $\pm 20 \text{ dB / dekadi}, \pm 1,$
- $\pm 40 \text{ dB / dekadi}, \pm 2,$
- $\pm 60 \text{ dB / dekadi}, \pm 3 \text{ itd.}$

Bodeov fazni dijagram se može crtati točku po točku po formuli, ali je puno brže crtanje približne karakteristike. Na niskim frekvencijama je fazni pomak  $0^\circ$ , a na visokim  $-180^\circ$ .

Možemo zaključiti da aperiodska komponenta 2. reda zbog dvije vremenske konstante ima **veću tromost** (inerciju), odnosno sporiji odziv, pa se prijelazna pojava sporije odvija.

### 3.4.2. Oscilatorni ili potkritično prigušeni slučaj ( $\zeta < 1$ )

Ako je stupanj prigušenja  $\zeta$  između **0** i **1**, to je prigušeni oscilatorni odziv na odskočnu pobudu u vremenskom području.

Frekvencijska prijenosna funkcija ima oblik:

$$G(j\omega) = \frac{K_p}{1 - \omega^2 T^2 + 2j\zeta\omega T} = \frac{K_p}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2 + 2j\zeta\frac{\omega}{\omega_n}} \quad (3-44)$$

gdje je

$T$  - vremenska konstanta oscilatorne komponete,

$\omega_n$  - prirodna frekvencija sustava ili frekvencija neprigušenih oscilacija:

$$\omega_n = \frac{1}{T}, \quad \omega_n = 2\pi f_n = \frac{2\pi}{T_n}, \quad T_n = \frac{2\pi}{\omega_n}, \quad T_n = 2\pi T$$

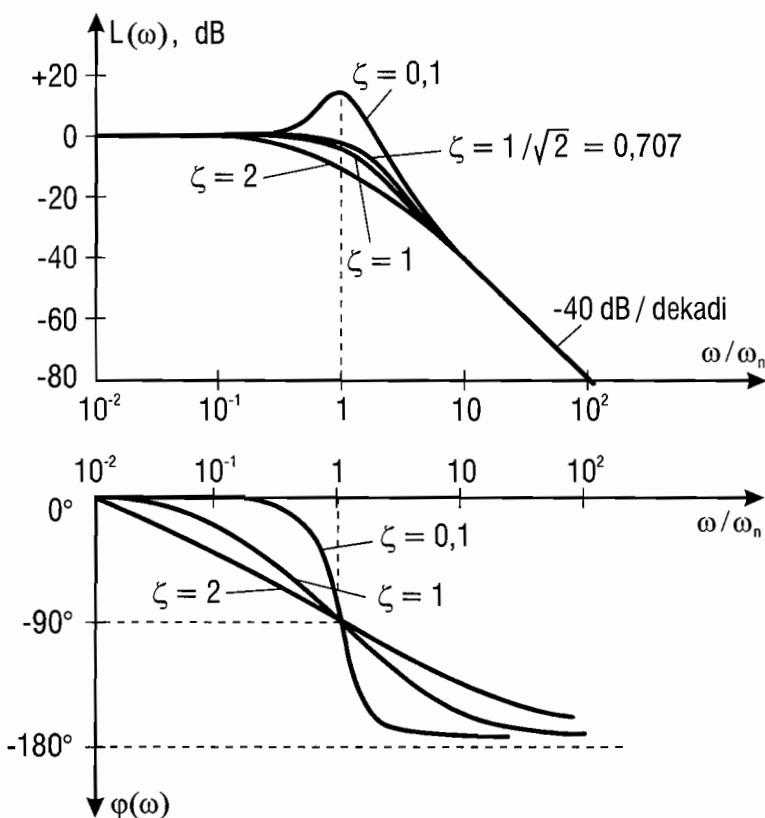
$T_n$  - prirodno titrajno vrijeme ili period neprigušenih oscilacija.

Amplitudno frekvencijske i fazno frekvencijske karakteristike imaju slijedeći oblik:

$$|G(j\omega)| = A(\omega) = \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + \left[2\zeta\frac{\omega}{\omega_n}\right]^2}} = \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + \left[2\zeta\frac{\omega}{\omega_n}\right]^2}} \quad (3-45)$$

$$\varphi(\omega) = -\text{arc tg} \frac{2\zeta\frac{\omega}{\omega_n}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2} = -\text{arc tg} \frac{2\zeta\omega T}{1 - \omega^2 T^2} \quad (\text{za } 0 < \omega \leq \frac{1}{T}) \quad (3-46)$$

$$\varphi(\omega) = -\pi - \text{arc tg} \frac{2\zeta\omega}{1 - \omega^2 T^2} \quad (\text{za } \frac{1}{T} \leq \omega \leq \infty) \quad (3-47)$$



Sl. 3.9. Bodeov dijagram oscilatornog **RLC-člana** (normirani dijagram)

### 3 / 12

Na Sl. 3.9. vidimo Bodeov amplitudni i fazni dijagram za oscilatorni sustav 2. reda, i to uz stupanj prigušenja  $\zeta$  kao parametar. Vidi se izdizanje  $M_R$ . Lomna frekvencija je  $\omega_L \approx \omega_n = 1/T$ . Mijenja se frekvencija rezonancijskog izdizanja:

$$A_m(\omega) = A(\omega_m) = \frac{1}{2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}} = M_R \quad (3-48)$$

$$\omega_R = \omega_m = \omega_n \sqrt{1 - 2\zeta^2}, \text{ za } 0 < \zeta < 0,707 \quad (3-49)$$

Za  $\zeta = 0$  je  $\omega_R = \omega_n$ .

**Rezonancijska frekvencija** oscilatorne komponenete je  $\omega_R$ .

Logaritamska amplitudno frekvencijska karakteristika iznosi:

$$L(\omega) = 20 \cdot \log \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + 4\zeta^2\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}} \quad (3-50)$$

Bodeov prikaz logaritamske amplitudno frekvencijske karakteristike je aproksimacija u slučaju da je  $0,3 \leq \zeta \leq 1$ :

$$L(\omega) \approx 20 \log K_p - 40 \cdot \log \omega T = 20 \log 1 - 40 \log \omega / \omega_n = -40 \log \omega / \omega_n \quad (3-51)$$

Ako je  $\zeta < 0,3$ , onda se  $L(\omega)$  računa prema formuli točku po točku uvrštavanjem kružne frekvencije  $\omega$ , a  $\zeta$  i  $\omega_n$  su poznati parametri za dati **RLC-član**. Za  $\zeta = 0,707$  nema izdizanja u amplitudno frekvencijskoj karakteristici.

Fazno frekvencijska karakteristika se računa po približnim izrazima za  $\zeta > 0,3$ .

$$\begin{aligned} \varphi &= -2\zeta \frac{\omega}{\omega_n} && \left( \text{za } \frac{\omega}{\omega_n} < 0,4 \right) \\ \varphi &= -\pi + \frac{2\zeta\omega_n}{\omega} && \left( \text{za } \frac{\omega}{\omega_n} > 0,5 \right) \end{aligned} \quad (3-52)$$

Možemo uočiti da je Bodeov prikaz logaritamske amplitudno frekvencijske karakteristike vodoravni pravac do  $\omega/\omega_n$ , a onda pada s nagibom  $-2$  ili  $-40 \text{ dB/dekadi}$  u slučaju  $\zeta > \frac{1}{\sqrt{2}} = 0,707$ . Za stupanj prigušenja  $\zeta < 0,707$  postoji veće odstupanje u okolišu rezonancijske frekvencije.

Fazni dijagram pokazuje da je fazni pomak na niskim frekvencijama  $0^\circ$ , a na visokim  $-180^\circ$ . Na lomnoj frekvenciji je  $\varphi = -90^\circ$ . Nagib fazne karakteristike jako ovisi o stupnju prigušenja  $\zeta$ .

**PRAKTIČNI RAD****1. POKUS****Snimanje frekvencijskih karakteristika niskopropusnog RC-člana**

Radimo sa sljedećim vrijednostima:

$$R = \Omega \quad C = \text{F} \quad T = \text{s}$$

Ulagani sinusoidalni signal ima promjenljivu frekvenciju i konstantnu amplitudu, odnosno  $U_{\text{v}} = 20 \text{ V}$ . Najprije računamo približnu frekvencijsku karakteristiku:

$$f_g = \frac{1}{2\pi RC} = \frac{1}{2\pi T} =$$

$$\omega_g = 2\pi f_g = \frac{1}{T} = \omega_L =$$

$$L(\omega) = -20 \cdot \log \sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_g}\right)^2}, \text{ dB}$$

$$\varphi = -\arctg \frac{f}{f_g} = -\arctg \frac{\omega}{\omega_g}$$

Ne računamo točku po točku iz formula, već crtamo aproksimacije karakteristika s pravcima:

1. za  $f \gg f_g$  je  $L(\omega) = -20 \log f/f_g$ , a  $\varphi = -90^\circ$ ,
2. za  $f \ll f_g$  je  $L(\omega) = -20 \log 1 = 0 \text{ dB}$ , a  $\varphi = 0^\circ$ .

Desno od  $\omega_g$  je pad  $L(\omega)$  s nagibom od  $-20 \text{ dB/dekadi}$ , a za  $\varphi$  je pad od  $0^\circ$  do  $-90^\circ$ . Na  $\omega_g$  je  $\varphi = -45^\circ$ , a pad je s nagibom  $-45^\circ/\text{dekadi}$ .

Nakon crtanja približnih asymptotskih karakteristika mjerimo osciloskopom. Izmjerene vrijednosti unosimo u tablicu pa uspoređujemo s izračunatim. Na slici najprije nacrtamo približne karakteristike, a onda izmjerene.

Na A kanalu osciloskopa snimamo pobudu, a na B kanalu odziv. Ne crtamo oscilograme.

$f / \text{Hz}$							
$\omega = 2\pi f / \text{Hz}$							
$A(\omega) = \frac{U_{\text{Im}}}{U_{\text{Um}}}$							
$L(\omega) = 20 \log A(\omega), \text{ dB}$							
$\varphi(\omega) / {}^\circ$							

Zaključak

---



---



---



---



---



---

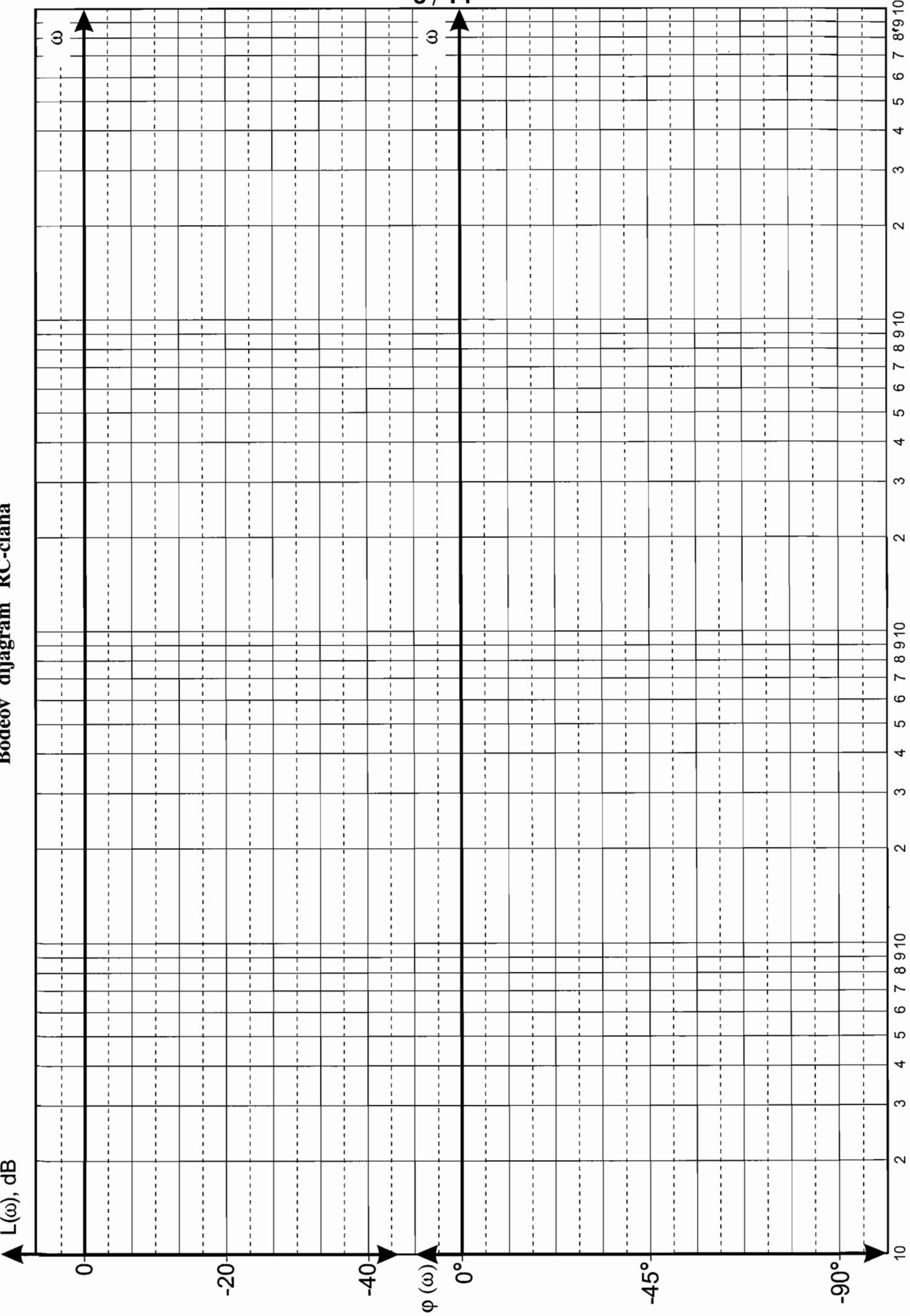


---



---

## Bodeov dijagram RC-člana



## 2. POKUS

### Snimanje frekvencijskih karakteristika visokopropusnog CR-člana

Radimo sa sljedećim vrijednostima:

$$R = \Omega \quad C = F \quad T = s$$

Ulagani sinusoidalni signal ima promjenljivu frekvenciju i konstantnu amplitudu, odnosno  $U_{V0} = 20 V$ . Najprije računamo približnu frekvencijsku karakteristiku:

$$f_d = \frac{1}{2\pi RC} = \frac{1}{2\pi T} =$$

$$\omega_d = 2\pi f_d = \frac{1}{T} = \omega_L =$$

$$L(\omega) = -20 \cdot \log \sqrt{1 + (\frac{f_d}{f})^2}, \text{ dB}$$

$$\varphi = -\arctg \frac{f_d}{f} = -\arctg \frac{\omega_d}{\omega}$$

Ne računamo točku po točku iz formula, već crtamo aproksimacije karakteristika s pravcima:

1. za  $f \gg f_d$  je  $L(\omega) = -20 \log 1 = 0 \text{ dB}$ , a  $\varphi = 0^\circ$ ,
2. za  $f \ll f_d$  je  $L(\omega) = -20 \log f_d/f$ , a  $\varphi = +90^\circ$ .

Desno od  $\omega_d$  je  $L(\omega) = 0 \text{ dB}$ , a lijevo je porast  $L(\omega)$  s nagibom  $+20 \text{ dB/dekadi}$ . Za  $\varphi$  je pad od  $+90^\circ$  na  $0^\circ$ . Na  $\omega_d$  je  $\varphi = +45^\circ$ , a pad je s nagibom  $-45^\circ/\text{dekadi}$ .

Nakon crtanja približnih asymptotskih karakteristika mjerimo osciloskopom. Izmjerene vrijednosti unosimo u tablicu pa uspoređujemo s izračunatim. Na slici najprije nacrtamo približne karakteristike, a onda izmjerene.

Na A kanalu osciloskopa snimamo pobudu, a na B kanalu odziv. Ne crtamo oscilograme.

$f / \text{Hz}$							
$\omega = 2\pi f / \text{Hz}$							
$A(\omega) = \frac{U_{Im}}{U_{Um}}$							
$L(\omega) = 20 \log A(\omega), \text{ dB}$							
$\varphi(\omega) / {}^\circ$							

Zaključak

---



---



---



---



---



---

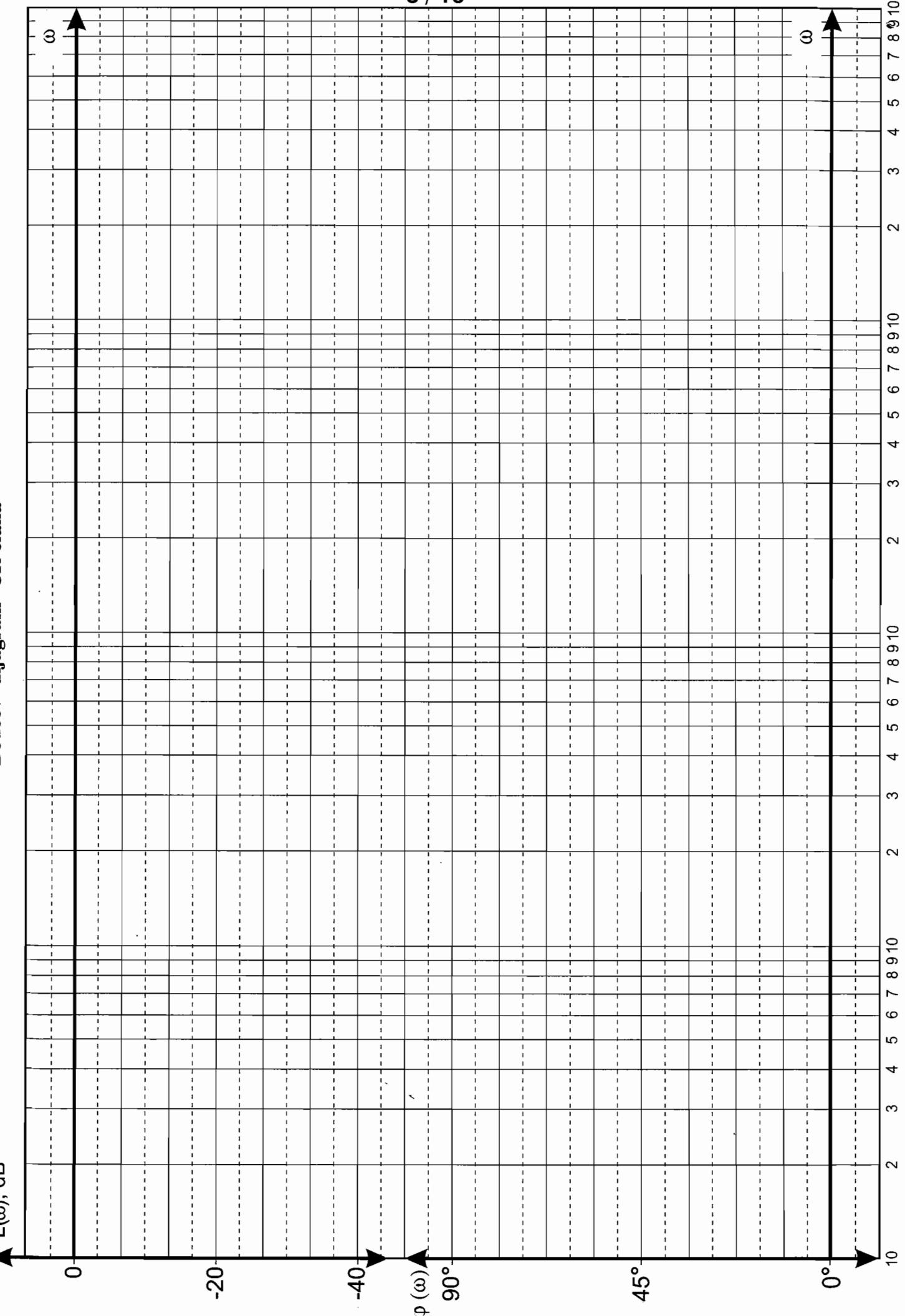


---



---

Bodeov dijagram CR-člana



### 3. POKUS

#### Snimanje frekvencijskih karakteristika serijskog RLC-člana s kritičnim prigušenjem

Radimo sa sljedećim vrijednostima:

$$R = \Omega$$

$$C =$$

$$F$$

$$L =$$

$$H$$

Izračunajte:

$$\alpha = \frac{R}{2L} =$$

$$\omega_n = \frac{1}{\sqrt{LC}} =$$

$$\zeta = \frac{\alpha}{\omega_n} \approx$$

Ulagani sinusoidalni signal ima promjenljivu frekvenciju i konstantnu amplitudu, odnosno  $U_{w0} = 20 \text{ V}$ . Najprije računamo približnu frekvencijsku karakteristiku.

Lijevo od  $\omega_n$  je  $L(\omega) = 0 \text{ dB}$ , a desno je pad amplitudne karakteristike s nagibom **- 40 dB / dekadi**. Za  $0,3 \leq \zeta \leq 1$  je:

$$L(\omega) = -40 \cdot \log \omega / \omega_n, \text{ dB}$$

Za  $\omega_n$  je  $\phi = -90^\circ$ . Nagib je za  $\zeta = 1$  oko **-90° / dekadi**.

Nakon crtanja približnih asymptotskih karakteristika mjerimo osciloskopom. Izmjerene vrijednosti unosimo u tablicu pa uspoređujemo s izračunatim. Na slici najprije nacrtamo približne karakteristike, a onda izmjerene.

Na **A** kanalu osciloskopa snimamo pobudu, a na **B** kanalu odziv. Ne crtamo oscilograme.

$f / \text{Hz}$							
$\omega = 2\pi f / \text{Hz}$							
$A(\omega) = \frac{U_{lm}}{U_{Um}}$							
$L(\omega) = 20 \log A(\omega), \text{ dB}$							
$\phi(\omega) / {}^\circ$							

Zaključak

---



---



---



---



---



---



---



---



---



---

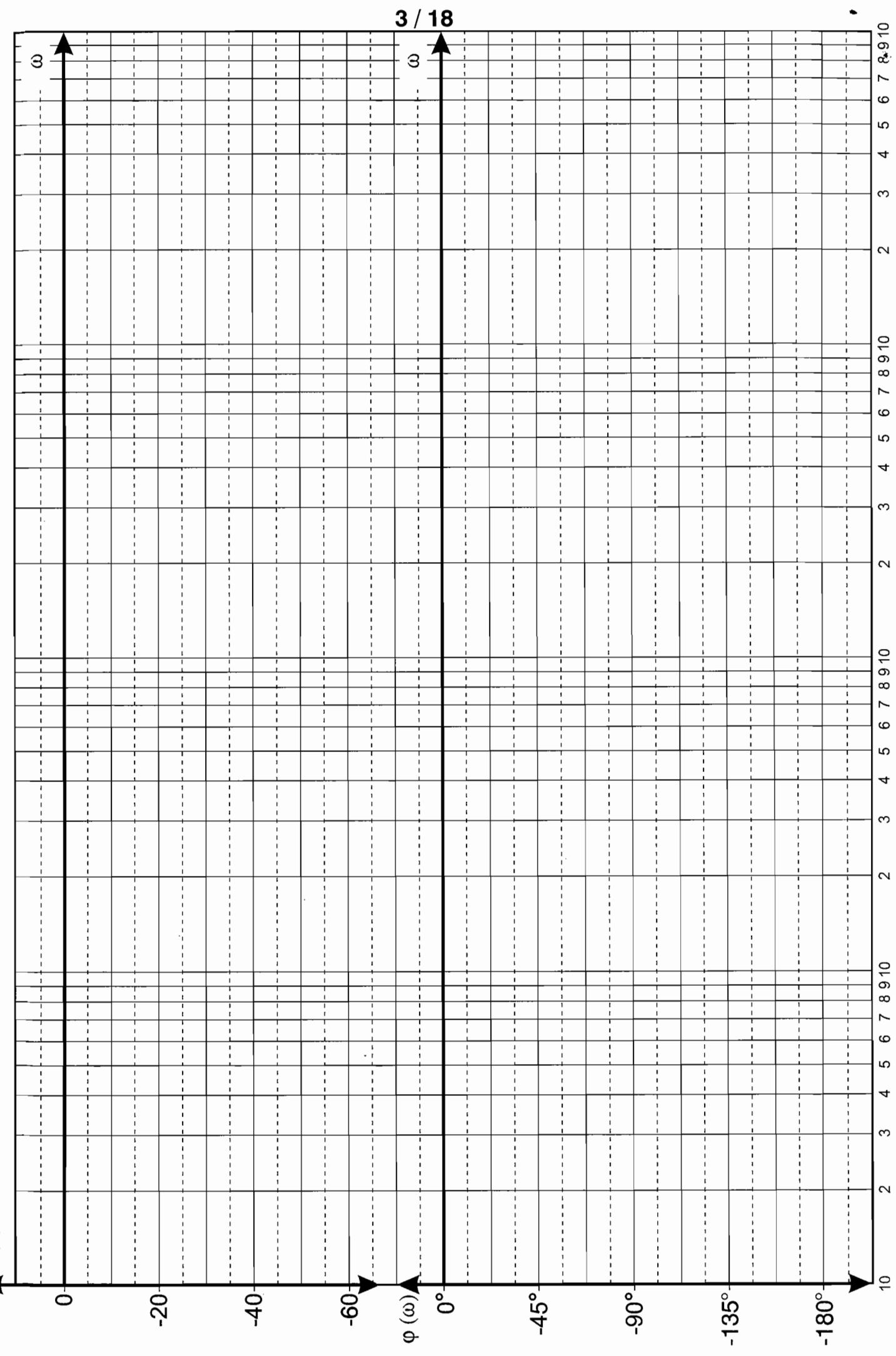


---



---

### Bodeov dijagram graničnog aperiodskog RLC-člana



#### 4. POKUS

#### Snimanje frekvencijskih karakteristika serijskog RLC-člana s potkritičnim prigušenjem

Radimo sa slijedećim vrijednostima:

$$R = \Omega$$

$$C =$$

$$F$$

$$L =$$

$$H$$

Izračunajte:

$$\alpha = \frac{R}{2L} =$$

$$\omega_n = \frac{1}{\sqrt{LC}} =$$

$$\zeta = \frac{\alpha}{\omega_n} \approx$$

Ulagi sinusoidalni signal ima promjenljivu frekvenciju i konstantnu amplitudu, odnosno  $U_{vv} = 20 V$ . Najprije računamo približnu frekvencijsku karakteristiku.

Lijevo od  $\omega_n$  je  $L(\omega) = 0 \text{ dB}$ , a desno je pad amplitudne karakteristike s nagibom  $-40 \text{ dB / dekadi}$ . Za  $0,3 \leq \zeta \leq 1$  je:

$$L(\omega) = -40 \cdot \log \omega / \omega_n, \text{ dB}$$

Za  $\omega_n$  je  $\phi = -90^\circ$ . Nagib fazne karakteristike tako ovisi o stupnju prigušenja  $\zeta$ .

Nakon crtanja približnih asimptotskih karakteristika mjerimo osciloskopom. Izmjerene vrijednosti unosimo u tablicu pa uspoređujemo s izračunatim. Na slici najprije nacrtamo približne karakteristike, a onda izmjerene.

Na A kanalu osciloskopa snimamo pobudu, a na B kanalu odziv. Ne crtamo oscilograme.

$f / \text{Hz}$							
$\omega = 2\pi f / \text{Hz}$							
$A(\omega) = \frac{U_{im}}{U_{Um}}$							
$L(\omega) = 20 \log A(\omega), \text{ dB}$							
$\phi(\omega) / {}^\circ$							

Zaključak

---



---



---



---



---



---



---



---



---



---

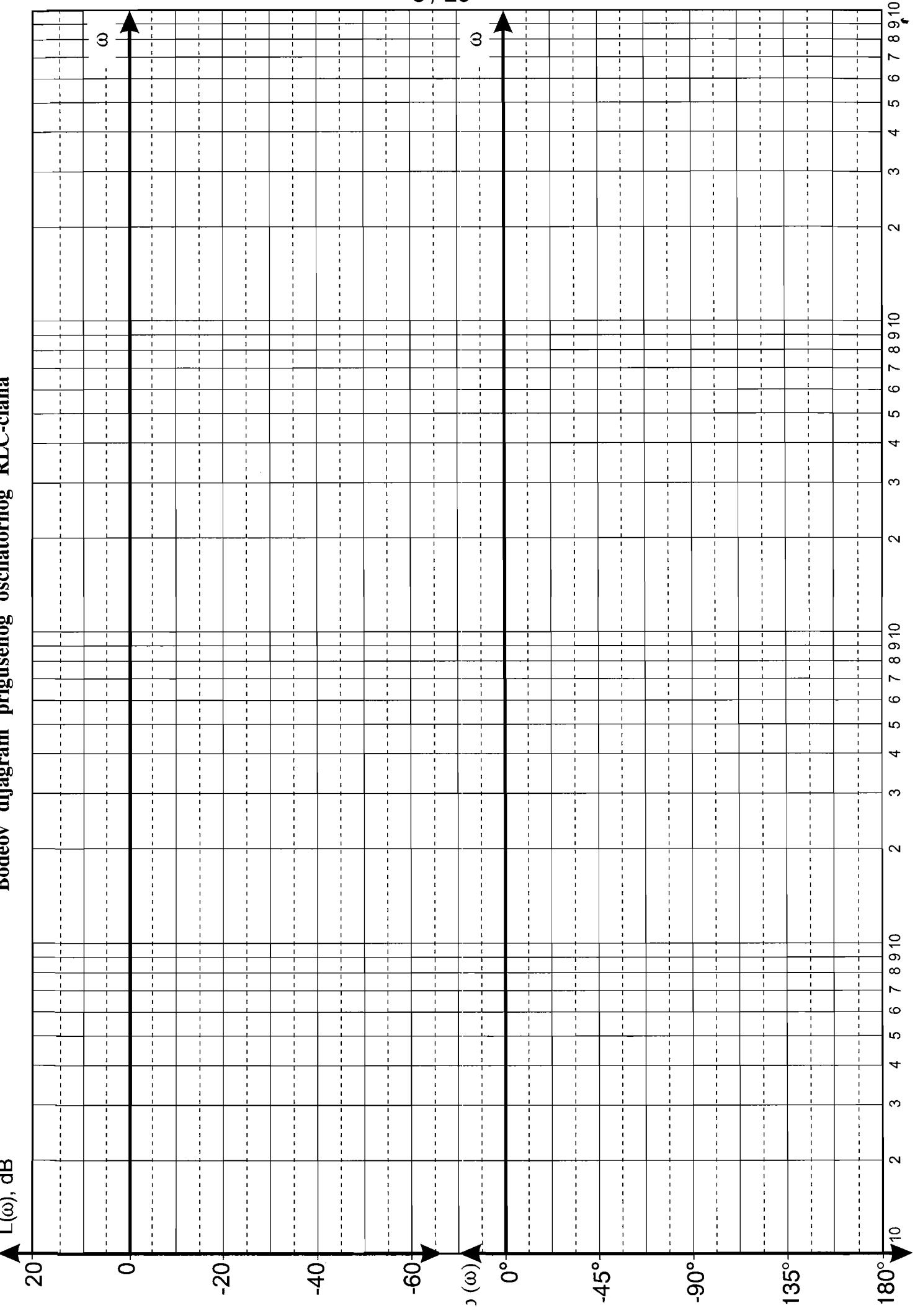


---



---

Bodeov dijagram prigušenog oscilatornog RLC-člana



IME I PREZIME:	RAZRED:	
ŠKOLA:		
PREDMET:		
<b>4. LABORATORIJSKA VJEŽBA</b>		
SKUPINA:	NADNEVAK:	OCJENA:

# SNIMANJE KARAKTERISTIKA AKTIVNIH FILTERA I ANALOGNIH REGULATORA

## **Popis instrumenata**

- |   |                      |   |
|---|----------------------|---|
| 1. Univerzalni digitalni mjerni instrument        |                      | 3. Dvokanalni analogni osciloskop       |
| - proizvođač                                      |                      | - proizvođač                            |
| - model   |                      | - model                                 |
| - naponski mjerni opseg                           |                      | - frekvencijsko područje                |
| 2. Generator funkcija ili generator valnih oblika |                      | 4. Stabilizirani ispravljač             |
| - proizvođač                                      |                      | - izlazni simetrični naponi             |
| - model   |                      | $\pm 15 \text{ V}$ i $\pm 12 \text{ V}$ |
| - frekvencijsko područje                          | $, U_w \leq \quad V$ | - izlazna struja $I > 0,5 \text{ A}$    |

Pomoću digitalnog voltmetra izmjerili smo mrežni napon  $U =$  V.

"Zadaci za laboratorijske vježbe iz automatike"

13. izdanie

Zagreb, 2009.

**Autor** Velibor Ravlić, dipl. inž. el., inž. aeroteh.  
**Lektor** Vedrana Martinović, prof.  
**Recenzenti** Prof. dr. sc. Petar Crnošija, dipl. inž. el.  
Doc. dr. sc. Željko Ban, dipl. inž. el.  
Josip Ivasić, dipl. inž. el.  
Mato Skrletović, dipl. inž. el.

**Korektor** Velibor Ravlić  
**Grafički urednik** Velibor Ravlić  
**Priprema tiska** Gandalf d.o.o.  
**Tiskar** Tiskara Zelina d.d.  
**Nakladnik** Ravel d.o.o.

**Priručnik je odobren 9. lipnja 1998. rješenjem Ministarstva prosvjete i športa Republike Hrvatske (KLASA: UP/I<sup>o</sup>-602-09/98-01/115, URBROJ: 532-03-02/4-98-1).**

Po zakonu je kažnjivo kopiranje, umnožavanje i prodaja knjige bez pisanih dopuštenja autora.

CIP - Katalogizacija u publikaciji  
Nacionalna i sveučilišna knjižnica, Zagreb

UDK 372.868.15(075.3)(076.5)

RAVLIĆ Velibor

Zadaci za laboratorijske vježbe iz automatike  
/ Velibor Ravlić, Stjepan Bogdan, Zdenko Kovačić. - 13. izd.  
- Zagreb : Ravel d.o.o., 2009. - 164 str. : ilustr. ; 30 cm

#### Om nasi - Bibliografija už tekst

ISBN 953 97246 3 5

1. Bogdan, Stjepan 2. Kovačić, Zdenko  
22261624

### **Popis literatury**

1. Balabanian N.: "Aktivne RC mreže", 1. izdanje, Školska knjiga, Zagreb, 1977.
  2. Biljanović P.: "Elektronički sklopovi", Školska knjiga, Zagreb, 1. izdanje, 1989.
  3. Brodić T.: "Elektronički sklopovi s linearnim integriranim krugovima", Svjetlost, Sarajevo, 1. izdanje, 1980.
  4. Paunović S.: "Elektronički sklopovi", upute za laboratorijske vježbe s integriranim analognim sklopovima, Školska knjiga, Zagreb, 1. izdanje, 1994.
  5. Šantić A.: "Elektronička instrumentacija", Školska knjiga, Zagreb, 3. dopunjeno izdanje, 1993.

## 4. PRIPREMA ZA VJEŽBU

### 4.1. Opći prikaz operacijskih pojačala

Operacijska pojačala (OP) su se pojavila 1947. To su bile izvedbe s elektroničkim cijevima (elektronkama). Od 1965. na tržištu se nalaze integrirana OP izvedena u planarnoj tehnologiji. To su čipovi iz područja analogne elektronike, a još imaju naziv linearni integrirani krugovi. Naziv im potječe od građe i namjene. To su istosmjerna pojačala obuhvaćena jakom negativnom povratnom vezom. U prvom razdoblju su služila za obavljanje računskih operacija u analognim elektroničkim računalima (zbrajanje, množenje, logaritmiranje, integriranje itd.). Razvojem digitalne elektronike uloga OP se donekle smanjila, pa su npr. gotovo sva računala danas digitalna, ali je još ostalo dosta slučajeva primjene OP:

1. obavljanje raznih računskih operacija u regulatorima i elektroničkim uređajima,
2. transformatori impedancije,
3. istomjerna visokostabilizirana pojačala,
4. izvori referentnog napona,
5. regulatori napona i struje,
6. ograničavači ili limiteri,
7. generatori funkcija,
8. komparatori,
9. sklopovi za uzimanje uzorka,
10. A/D i D/A pretvarači,
11. aktivni RC-filteri itd.

Kod digitalnih elektroničkih računala točnost rada može biti veoma velika u ovisnosti o cijeni, odnosno o broju bitova. Kod analognih elektroničkih uređaja **točnost** računanja je ograničena (greška je oko 1%). Prednost analognih elektroničkih računala je paralelni način rada i, zbog toga, jako velika brzina računanja. Digitalna računala rade serijski.

Na tržištu postoji veći broj OP. Odavno je došlo do neslužbene standardizacije. Najpoznatiji model je **μA 741** za opće namjene. Stariji model je **μA 709**. Model **μA 710** se koristi kao komparator, a **μA 723** kao regulator napona. **μA 741** se proizvodi od 1966. i ima **36 komponenata** integriranih u jednom kristalu Si. To su 24 bipolarna tranzistora, 11 otpornika i 1 kondenzator. Ovo je monolitna izvedba OP, a Si pločica ima površinu  $1 \text{ mm}^2$  u čipu.

#### OP se sastoji od 3 stupnja

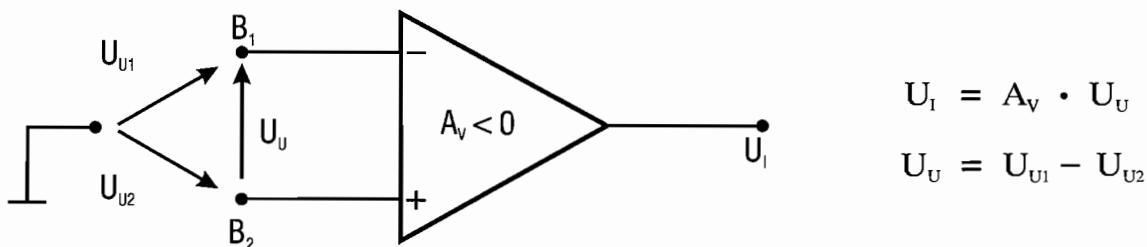
1. Ulazni stupanj je istosmjerno diferencijalno pojačalo.
2. Drugi stupanj (međustupanj) je naponsko pojačalo.
3. Izlazni stupanj OP je pojačalo snage koja ima veliki ulazni otpor i mali izlazni otpor, te tako impedansijski odvaja međustupanj od opterećenja.

#### Osobine idealnog OP:

1. beskonačno veliko naponsko pojačanje,
2. beskonačno veliki ulazni otpor,
3. beskonačno mali izlazni otpor,
4. frekvencijski opseg od **0** do  **$\infty$** .

Stvarno OP se malo razlikuje od idealnog zbog suvremene poluvodičke tehnologije. Zbog  $R_U \approx \infty$ , zanemaruje se struja u ulaznim stezaljkama.

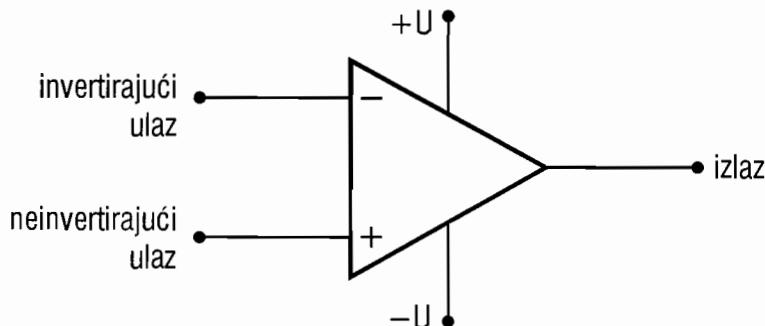
Prikaz OP dat je na Sl. 4.1.



Sl. 4.1. Osnovni grafički prikaz OP

Ulagana stezaljka **B<sub>1</sub>** sa znakom **minus** je **invertirajući ulaz**.  $A_v < 0$  znači da je iznos negativan, odnosno da dolazi do promjene predznaka pojačanog signala. Između stezaljki **B<sub>1</sub>** i **B<sub>2</sub>** je **prividni kratki spoj**. To znači da je struja između kratko spojenih stezaljki **B<sub>1</sub>** i **B<sub>2</sub>** gotovo nula, ali da je i napon na ulazu u OP takoder gotovo nula. Ulazni otpor je jako velik, pa je zato  $I_U \approx 0$ .  $A_v$  je jako veliko, pa za konačni iznos  $U_I$  ne treba napon na ulazu u OP.

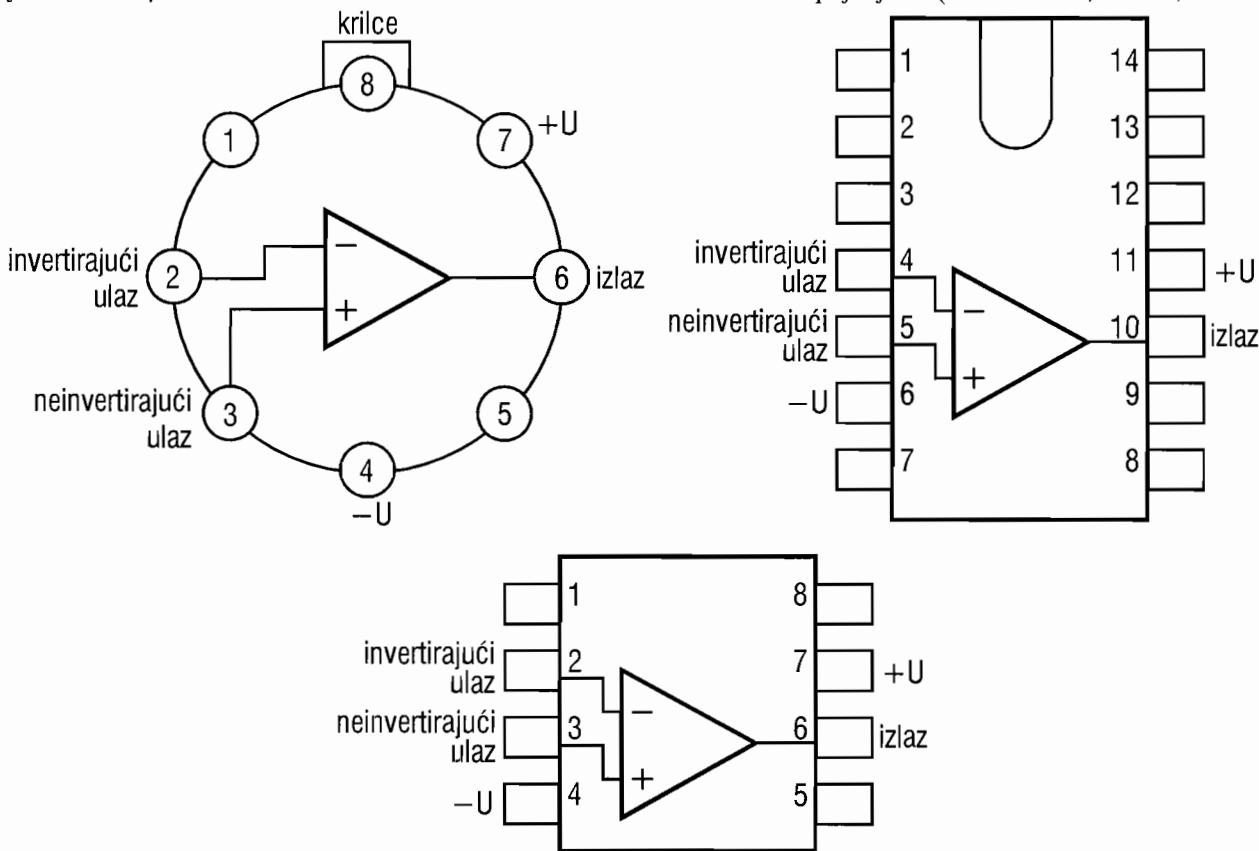
Simbol OP dat je na Sl. 4.2.



Sl. 4.2. Grafički simbol OP

Često se u električnim shemama ne crtaju izvodi za napajanje. OP zahtijevaju simetrično istomjerno napajanje, i to obično  $+15\text{ V}$  i  $-15\text{ V}$ , a ponekad  $+12\text{ V}$  i  $-12\text{ V}$  ili  $+18\text{ V}$  i  $-18\text{ V}$ . Najveća dopuštena disipacija OP je obično oko  $500\text{ mW}$ . Struja koju vuče OP iz pomoćnog izvora električne energije je **nekoliko mA** u neopterećenom stanju, a najveća izlazna struja pod opterećenjem je do  $100\text{ mA}$ .

OP se proizvode u različitim kućištima od metala ili plastike. **DIP** (dual-in-line package) kućište je slično digitalnim čipovima, a okruglo kućište je slično diskretnim tranzistorima. Izrađuju se i čipovi s više OP u jednom kućištu. Najpoznatija je izvedba **LM 324** s četiri OP u kućištu. To je kompenzirano OP s boljim svojstvima od **μA 741**. Neka suvremena OP rade s nesimetričnim napajanjem ( $0\text{ V}$  i  $+6\text{ V}$ ,  $+9\text{ V}$ ,  $+12\text{ V}$ ).



Sl. 4.3. Izgled različitih izvedbi OP

### Parametri OP

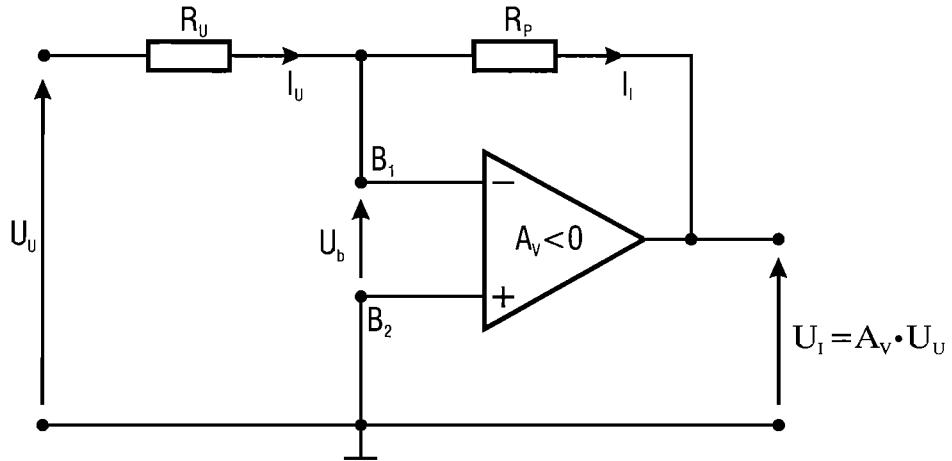
- Faktor naponskog pojačanja  $A_v$**  je diferencijalni faktor pojačanja koji je jednak odnosu izlaznog napona i diferencijalnog ulaznog napona. U idealnom slučaju  $A_v = \infty$ , a u realnom preko  $100\text{ dB}$  ili  $2 \cdot 10^5$ .
- Ulazni otpor** je otpor između ulaza OP. U idealnom slučaju je  $R_u = \infty$ , a u stvarnom je od  $5\text{ k}\Omega$  do  $20\text{ M}\Omega$ .
- Izlazni otpor** je u idealnom slučaju  $R_i = 0$ , a u stvarnom od **nekoliko  $\Omega$**  do **nekoliko stotina  $\Omega$** .
- Gornja granična frekvencija** je od  $1\text{ MHz}$  do  $10\text{ MHz}$ , a ponekad čak do  $100\text{ MHz}$  za  $K_p = 1$ . Nema  $f_d$ , jer je ovo istosmjerno pojačalo.
- Brzina promjene izlaznog napona** (slewling rate) znači najveću brzinu promjene izlaznog napona, a da pri tome izobličenja budu manja od dopuštenih. U stvarnosti se kreće od  $1\text{ V}/\mu\text{s}$  do  $100\text{ V}/\mu\text{s}$ .

6. **Vrijeme smirivanja**  $t_s$  (settling time) je vrijeme potrebno da izlazni napon pri ulaznoj odskočnoj (step) pobudi dosegne konačni iznos. Za OP s nagibom amplitudno frekvencijske karakteristike **-20 dB / dekadi** (to je sustav 1. reda), izlazni napon raste po eksponencijalnom zakonu.
7. **Ulagna struja napajanja**  $I_B$  (input bias current) je aritmetička sredina struja na ulaznim stezaljkama OP kada je  $U_i = 0$ . U idealnom slučaju je **nula**. OP s bipolarnim tranzistorima imaju  $I_B < 100 \text{ nA}$ .
8. **Ulagna struja namještanja ili izjednačenja**  $I_N$  (input offset current) je razlika ulaznih struja. U stvarnosti je do **20 nA**.
9. **Ulagni napon namještanja ili izjednačenja** (input offset voltage) je napon koji mora djelovati između stezaljki  $B_1$  i  $B_2$  da bi bio  $U_i = 0$ . U praksi je **nekoliko mV**, a idealno **nula**.
10. **Izlazni napon namještanja ili izjednačenja** (output offset voltage) je izlazni napon OP kada su ulazne stezaljke uzemljene.
11. **Najveći dopušteni iznosi** diferencijalnog ulaznog napona, izlazne struje i napona napajanja zbog oštećenja sklopa.
12. **Klizanje** (drift) izlaznog napona zbog temperaturne ovisnosti. Pomak ulaznog napona namještanja je oko  $5 \mu\text{V} / ^\circ\text{C}$ . Temperaturni opseg rada je **od  $0^\circ\text{C}$  do  $+75^\circ\text{C}$**  ili prošireno **od  $-55^\circ\text{C}$  do  $+125^\circ\text{C}$** .
13. **Šum** (noise) je svaki neželjeni signal koji se miješa s korisnim signalom. Šum je sastavni dio izlaznog signala.
14. **Faktor potiskivanja zajedničkog signala** (CMRR-common mode rejection ratio) je važan za diferencijalne spojeve pojačala. Pojačava se razlika signala. **CMRR** iznosi **od 70 do 100 dB**, a u idealnom slučaju je beskonačan.

## 4.2. Osnovni spojevi s OP

Navodimo samo neke osnovne primjene OP zbog boljeg razumijevanja njihovog rada.

### 1. Invertirajuće pojačalo izvedeno s OP



Sl. 4.4. Električna shema invertirajućeg pojačala

Ako je ulazni otpor OP beskonačan, sklop je opisan sljedećim jednadžbama:

$$I_I = \frac{U_U - U_b}{R_U} = \frac{U_b - U_I}{R_p} \quad (4-1)$$

$$U_I = A_v \cdot U_U \quad (4-2)$$

$A_v$  je faktor naponskog pojačanja OP bez povratne veze. Faktor naponskog pojačanja OP s otpornikom u negativnoj povratnoj vezi i na ulazu dobiva se iz navedenih jednadžbi.

$$K_p = A_{VF} = \frac{U_I}{U_U} = -\frac{R_p}{R_U} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{A_v} \left( 1 + \frac{R_p}{R_U} \right)} \quad (4-3)$$

U slučaju da je  $A_v = \infty$  faktor pojačanja sklopa iznosi:

$$A_{VF} = -\frac{R_p}{R_u} \quad (4-4)$$

Zaključujemo da ukupno pojačanje **ovisi samo o omjeru otpornika  $R_p$  i  $R_u$** . Minus znači zakretanje signala, odnosno promjenu predznaka. Ovaj izraz vrijedi i za stvarna OP gdje je:

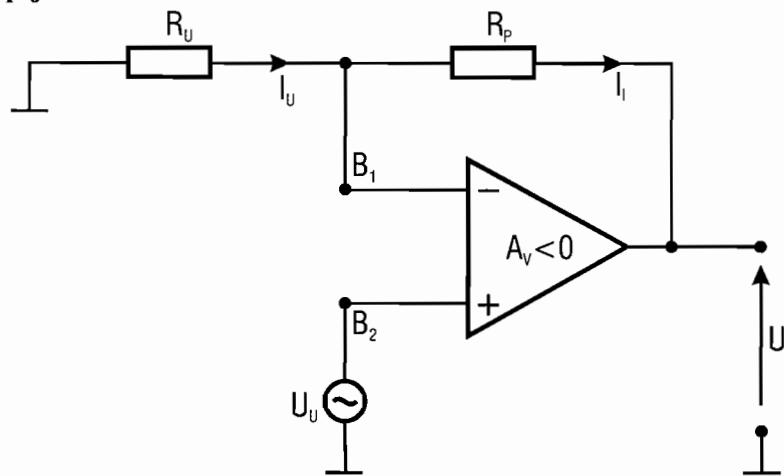
$A_v \gg 1$  pa je zbog toga

$$-\frac{1}{A_v} \left(1 + \frac{R_p}{R_u}\right) \ll 1$$

Ovaj spoj ima **vrlo stabilan iznos pojačanja** i u slučaju jako velikih promjena  $A_v$ , npr.  $A_v$  se mora smanjiti s iznosa  $-10^5$  čak **218 puta** da bi se iznos  $A_{VF}$  smanjio samo **10 %**.

Ovakav sklop služi i kao **P-regulator**. To je proporcionalni analogni elektronički regulator.

## 2. Neinvertirajuće pojačalo izvedeno s OP



Sl. 4.5. Električna shema neinvertirajućeg pojačala

Sklop je opisan relacijom:

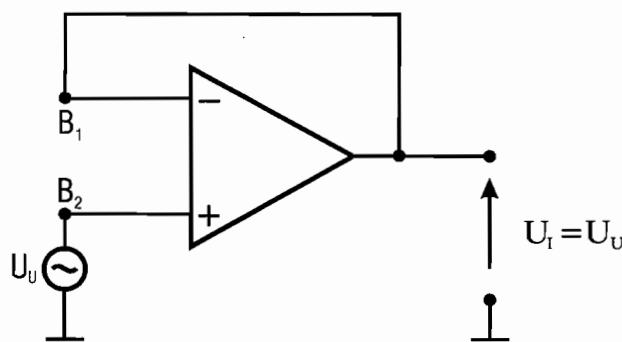
$$I_U = \frac{U_U}{R_U} = \frac{U_U - U_I}{R_p} \quad (4-5)$$

$$A_{VF} = \frac{U_I}{U_U} = 1 + \frac{R_p}{R_U} \quad (4-6)$$

Naponsko pojačanje  $A_{VF}$  je stabilno i ovisi samo o omjeru otpora priključenih otpornika. Tolerancija otpornika određuje točnost rada. Zato je važno da je jednaka tolerancija kod oba otpornika.

## 3. Naponsko sljedilo

To je poseban slučaj neinvertirajućeg pojačala gdje je  $R_p = 0$ , a  $R_u = \infty$ , pa je  $A_{VF} = 1$ .

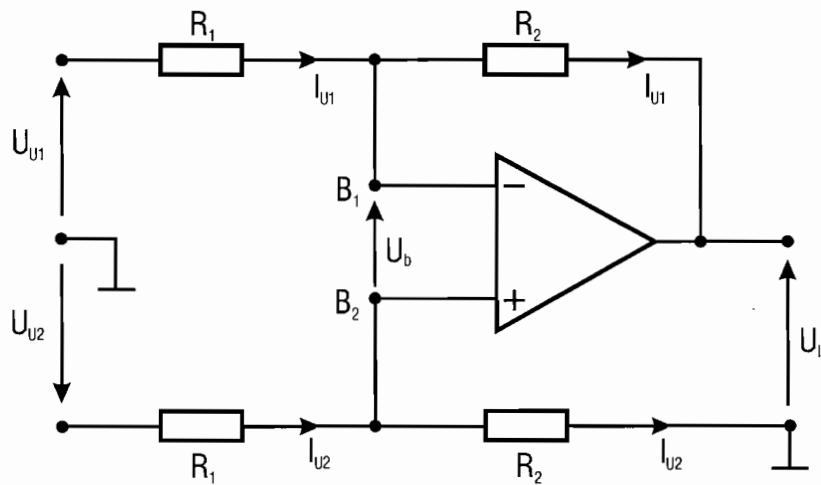


Sl. 4.6. Električna shema naponskog sljedila

Izlazni napon i po fazi i po iznosu slijedi ulazni napon. Spoj je sličan emiterskom sljedilu. Između stezaljki  $B_1$  i  $B_2$  je prividni kratki spoj. Ovo pojačalo je dobar **transformator impedancije** (odvojni elektronički sklop), jer je krug generatora signala zaštićen od djelovanja trošila na izlazu.  $R_I$  je jako nizak, a  $R_U$  je jako velik (mjerjen na  $B_2$ ).

#### 4. Diferencijalno pojačalo izvedeno s OP

Točke  $B_1$  i  $B_2$  su na istom električnom potencijalu  $U_b$ .



Sl. 4.7. Električna shema diferencijalnog pojačala

Uz uvjet veoma velikog  $A_v$  i  $R_u$  može se zanemariti ulazni napon i struja OP.

$$I_{U1} = \frac{U_{U1} - U_b}{R_1} = \frac{U_b - U_i}{R_2} \quad (4-7)$$

$$I_{U2} = \frac{U_{U2} - U_b}{R_1} = \frac{U_b}{R_2} \quad (4-8)$$

Iz ovih relacija slijedi:

$$U_i = -\frac{R_2}{R_1} (U_{U1} - U_{U2}) \quad (4-9)$$

Ima naziv diferencijalno pojačalo, jer je izlazni napon jednak razlici ulaznih napona. Faktor proporcionalnosti između izlaznog napona i razlike ulaznih napona je **diferencijalno pojačanje**  $A_d$ :

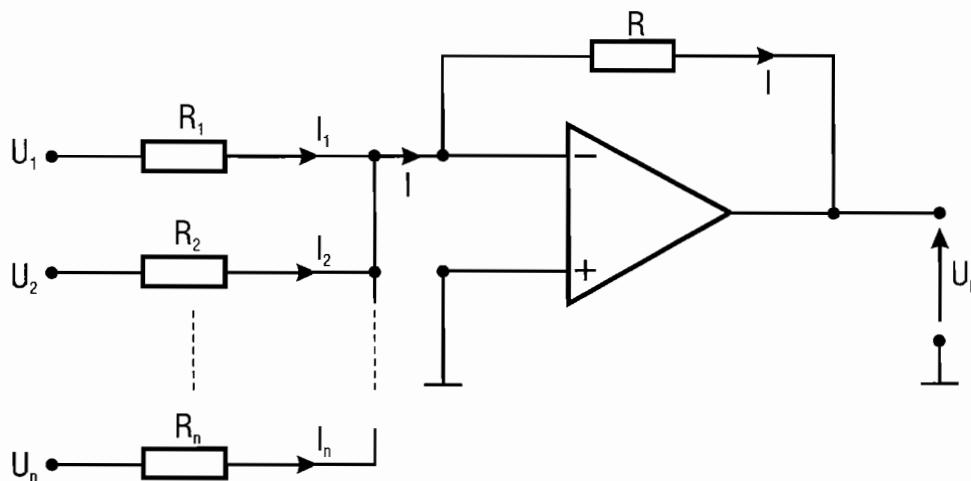
$$A_d = -\frac{R_2}{R_1} \quad (4-10)$$

Iznos pojačanja je jako stabilan i ovisi samo o omjeru otpora  $R_2$  i  $R_1$ . Uz  $R_2 = R_1$ , to je sklop za oduzimanje s promjenom predznaka. Ako mu serijski dodamo još jedno invertirajuće pojačalo izvedeno s OP koje ima jednake iznose  $R_1$  i  $R_2$ , dobiti ćemo sklop za oduzimanje bez promjene predznaka.

Ovakav sklop služi i kao **komparator** u zatvorenom regulacijskom krugu, jer se tako oduzima signal iz povratne veze od ulaznog (referentnog) signala.

#### 5. Invertirajući sumator

To je sklop za zbrajanje s OP koji mijenja predznak.



Sl. 4.8. Električna shema invertirajućeg sumatora

Ulagani naponski signali tjeraju struje. Zbog prividnog kratkog spoja na ulazu u OP, struja  $I$ , koja teče kroz  $R$ , jednaka je zbroju ulaznih struja.

$$I = I_1 + I_2 + \dots + I_n = \frac{U_1}{R_1} + \frac{U_2}{R_2} + \dots + \frac{U_n}{R_n} \quad (4-11)$$

$$U_I = -I \cdot R = -R \left( \frac{U_1}{R_1} + \frac{U_2}{R_2} + \dots + \frac{U_n}{R_n} \right) \quad (4-12)$$

Ako su  $R_1 = R_2 = R_n = R$  slijedi:

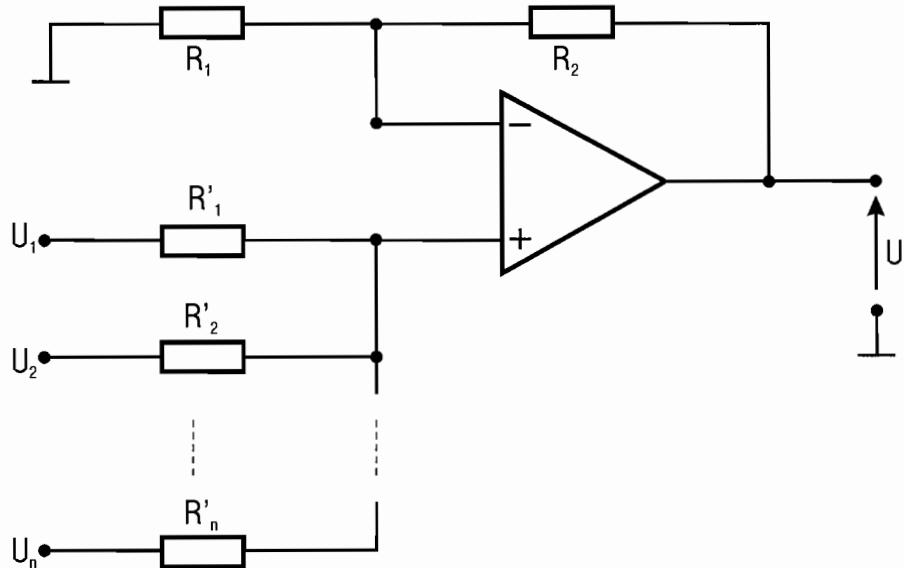
$$U_I = -\frac{R}{R_1} \sum_{k=1}^n U_k \quad (4-13)$$

$$U_I = -\sum_{k=1}^n U_k \quad (4-14)$$

U stvarnosti je  $n$  ograničen na desetak ulaza. Ako su samo 2 ulaza, a drugi ulaz je prije toga invertiran, ovakav sklop služi kao **komparator** u zatvorenom regulacijskom krugu.

## 6. Neinvertirajući sumator

To je sklop za zbrajanje s OP koji ne mijenja predznak.



Sl. 4.9. Električna shema neinvertirajućeg sumatora

Ako su  $R'_1 = R'_2 = R'_n$ , onda vrijedi:

$$U_I = \frac{R_1 + R_2}{n \cdot R_1} \cdot \sum_{k=1}^n U_k \quad (4-15)$$

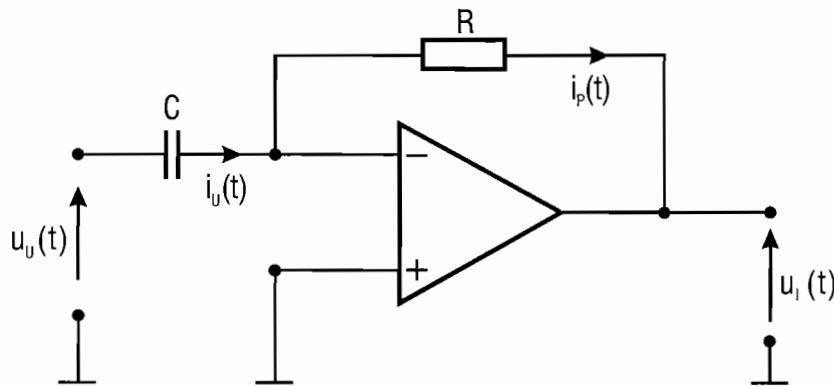
Da bi sklop obavljao funkciju sumatora treba ispuniti sljedeći uvjet:

$$\frac{R_1 + R_2}{n \cdot R_1} = 1, \text{ odnosno}$$

$$R_2 = (n - 1) R_1 \quad (4-16)$$

## 7. Sklop za deriviranje

To je sklop s OP koji služi za obavljanje matematičke operacije deriviranja.



Sl. 4.10. Električna shema sklopa za deriviranje

Na ulazu OP je **prividni kratki spoj** pa ista struja teče kroz C i kroz R.

$$i_U(t) = i_p(t) = i(t) \quad (4-17)$$

$$i(t) = C \cdot \frac{d u_U(t)}{d t} \quad (4-18)$$

$$u_I(t) = -i(t) \cdot R = -R \cdot C \cdot \frac{d u_U(t)}{d t} \quad (4-19)$$

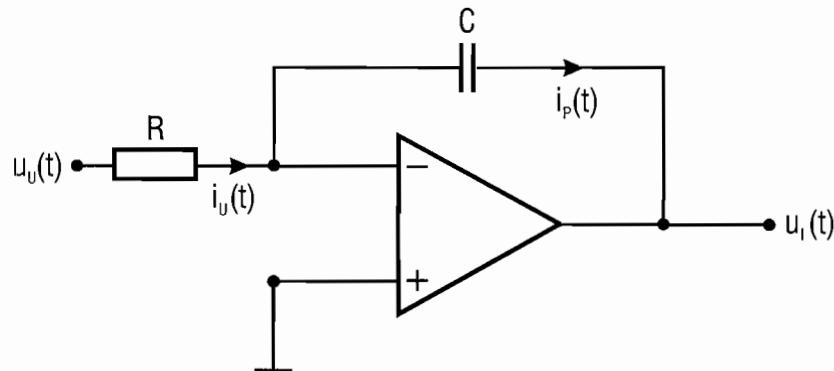
$$u_I(t) = -T \cdot \frac{d u_U(t)}{d t} \quad (4-20)$$

Izlažni napon je proporcionalan **vremenskoj derivaciji** ulaznog napona. Koeficijent proporcionalnosti je vremenska konstanta **T** RC-člana u sklopu.

Slične su i izvedbe **D-regulatora**. To su derivacijski analogni elektronički regulatori. Potrebno je napomenuti da se idealni derivator ne izvodi zbog deriviranja smetnji. One su visokih frekvencija te bi proizvele zasićenje OP. Zbog toga se izrađuje derivacijski član s vremenskom konstantom (**D<sub>1</sub>** umjesto **D<sub>0</sub>**).

## 8. Sklop za integriranje

To je sklop s OP za obavljanje matematičke operacije integriranja.



Sl. 4.11. Električna shema sklopa za integriranje

$$i_U(t) = i_p(t) = i(t) = \frac{u_U(t)}{R} \quad (4-21)$$

Iz ove relacije slijedi:

$$u_I(t) = -\frac{1}{C} \cdot \int i(t) dt = -\frac{1}{RC} \cdot \int u_U(t) dt \quad (4-22)$$

Izlažni napon je proporcionalan integralu ulaznog napona, a faktor proporcionalnosti je **1/T**.

Ako je **u<sub>U</sub>(t) = U = konst.**, onda je:

$$u_I(t) = -\frac{1}{T} \cdot \int U dt = -\frac{U}{RC} \cdot t = -\frac{U}{T} \cdot t \quad (4-23)$$

Vidi se da tada izlazni napon raste linearno s vremenom. To je **Millerov integrator** koji služi za generiranje vremenske baze u katodnoj cijevi osciloskopa.

Slične su i izvedbe **I-regulatora**. To su integracijski analogni elektronički regulatori.

### 4.3. Aktivni filteri s OP i RC-članovima

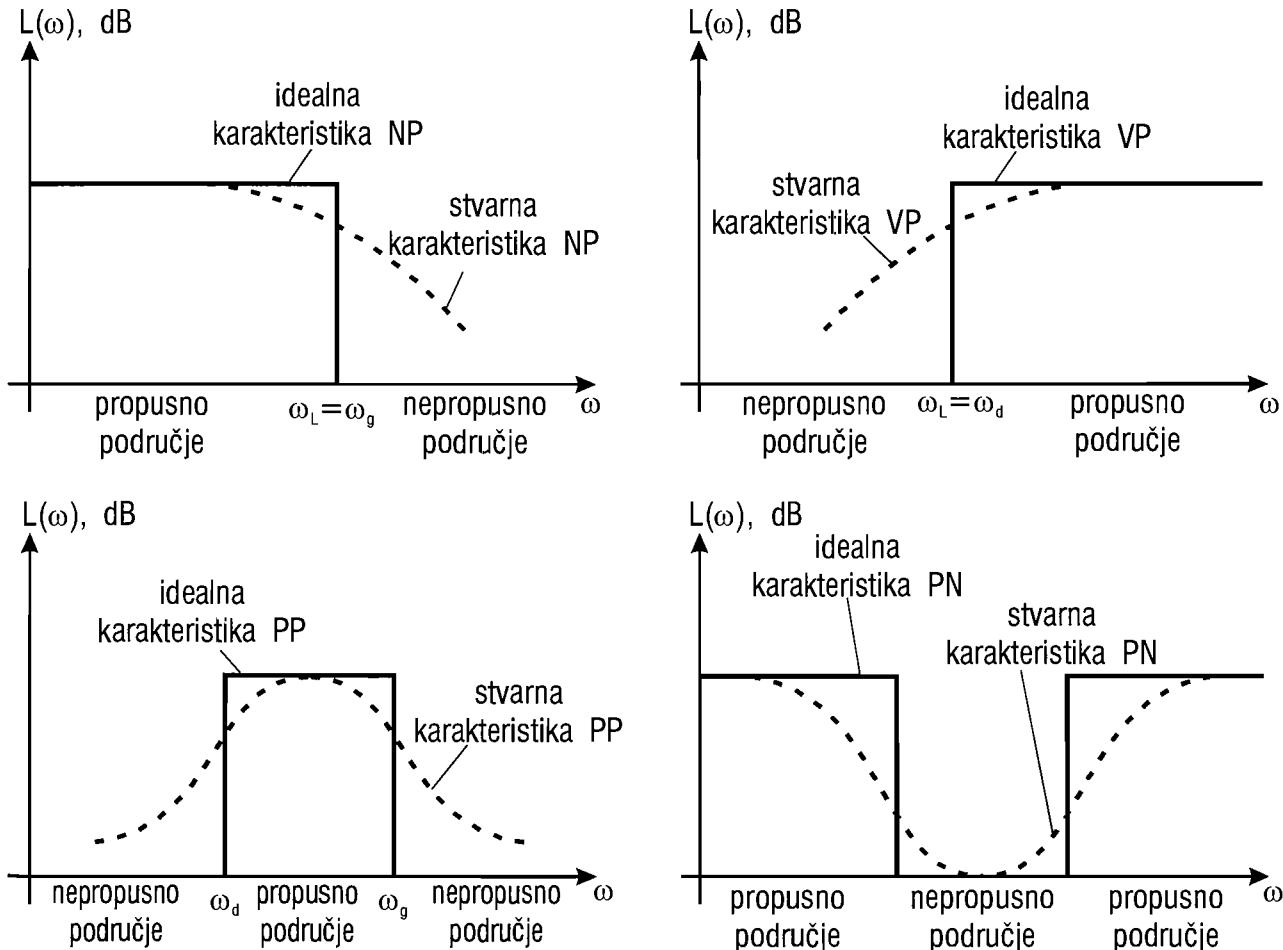
U 1. i 3. laboratorijskoj vježbi proučavali smo pasivne **RC-filtere**. Aktivni **RC-filteri** imaju bolje osobine od pasivnih. Oni mogu pojačati ulazni signal, dok je u pasivnim filterima izlazni signal jednak ili manji od ulaznog. Zbog toga oni moraju imati aktivne elemente. Ne koriste se diskretni tranzistori, već OP. Jasno je da se električna energija crpi iz pomoćnog izvora. Nastoji se izbaciti zavojnice iz filtera zbog mase, veličine, disipacije, zasićenja, histerezze i međuinduktiviteta.

Postoje 4 osnovne vrste aktivnih filtera prema području frekvencija koje propuštaju:

1. **niskopropusni filter (NP)**,
2. **visokopropusni filter (VP)**,
3. **pojasnopropusni filter (PP)**,
4. **pojasnonepropusni filter (PN)**.

Materijalno se aktivni filteri ostvaruju pomoću OP i **RC-mreže**. Uvijek postoji **povratna veza** kod OP. Postoje različite izvedbe u praksi. Sinteza aktivnih filtera zahtijeva dobro poznavanje teorije električnih mreža i više matematike.

Na Sl. 4.12. prikazane su logaritamske amplitudno frekvencijske karakteristike aktivnih filtera.



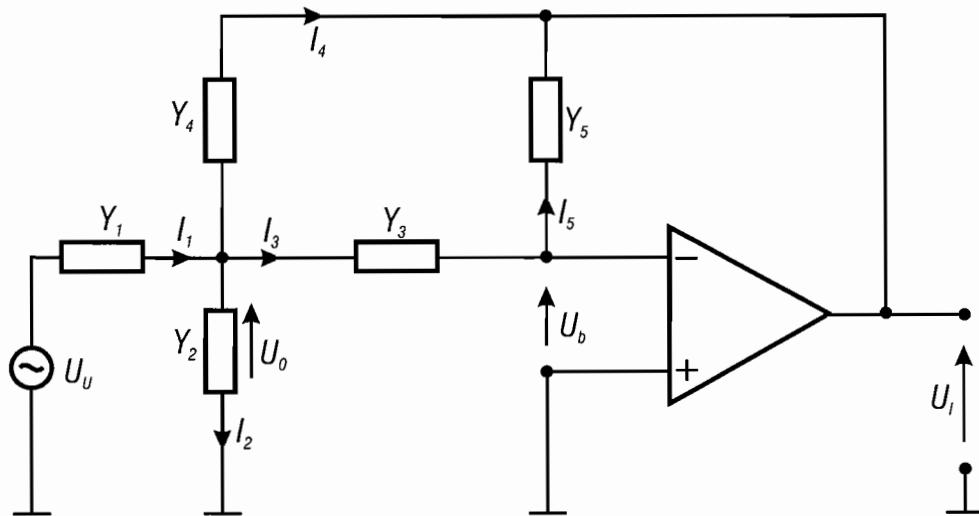
Sl. 4.12. Logaritamske amplitudno frekvencijske karakteristike aktivnih filtera

I pasivni i aktivni filteri osim amplitudne imaju i fazno frekvencijske karakteristike. Stvarne karakteristike se mogu dobiti računanjem uvrštavajući točku po točku u formule ili mjeranjem pomoću generatora sinusoidalnih funkcija i osciloskopa. Znatno lakše je nacrtati lomljene Bodeove dijagrame koji ne odstupaju

puno od stvarnih pa zadovoljavaju u tehničkoj praksi. Ovisno o vrsti filtera, nagib amplitudne karakteristike može biti **20 dB / dekadi**, **40 dB / dekadi** ili **60 dB / dekadi**. Zato postoje filteri 1., 2., 3., 4., 5. i 6. reda. Filteri višeg reda imaju više OP.

#### 4.4. Primjer aktivnog filtera s višestrukom povratnom vezom

Na Sl. 4.13. prikazana je jedna od mnogih općih električnih shema aktivnih filtera.



Sl. 4.13. Električna shema aktivnog filtera

Naponi  $U$ , struje  $I$  i admitancije  $Y$  su **kompleksni brojevi**.  $Y = 1/Z$  je kompleksna vodljivost ili admitancija, a  $G = 1/R$  je radna (djelatna) vodljivost.

Može se izračunati frekvencijska prijenosna funkcija za datu shemu iz sljedećih relacija:

$$U_U = \frac{I_1}{Y_1} + U_o \quad (4-24)$$

$$I_1 = I_2 + I_3 + I_4 \quad (4-25)$$

Zbog prividnog kratkog spoja padovi napona na  $Y_2$  i na  $Y_3$  su jednaki i iznose  $U_o$ .

$$I_2 = Y_2 \cdot U_o \quad (4-26)$$

$$I_3 = Y_3 \cdot U_o \quad (4-27)$$

$$I_4 = Y_4 \cdot (U_o - U_I) \quad (4-28)$$

Zbog prividnog kratkog spoja je  $I_3 = I_5$ .

$$I_3 = I_5 = Y_5 \cdot U_o = -Y_5 \cdot U_I \quad (4-29)$$

Sređivanjem ovih formula dobiva se frekvencijska prijenosna funkcija:

$$\frac{U_I}{U_U} = \frac{-Y_1 \cdot Y_3}{Y_5(Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4) + Y_3 \cdot Y_4} \quad (4-30)$$

Ako se odaberu sljedeći izrazi, dobiva se **NP aktivni RC-filter**:

$$Y_1 = G_1 \quad Y_2 = j\omega C_2 \quad Y_3 = G_3 \quad Y_4 = G_4 \quad Y_5 = j\omega C_5 \quad (4-31)$$

$$\frac{U_I}{U_U} = \frac{-G_1 \cdot G_3}{(j\omega)^2 C_2 C_5 + j\omega C_5 (G_1 + G_3 + G_4) + G_3 \cdot G_4} \quad (4-32)$$

Ako su odabrani sljedeći izrazi, dobiva se **VP aktivni RC-filter**:

$$Y_1 = j\omega C_1 \quad Y_2 = G_2 \quad Y_3 = j\omega C_3 \quad Y_4 = j\omega C_4 \quad Y_5 = G_5 \quad (4-33)$$

$$\frac{U_I}{U_U} = \frac{-(j\omega)^2 \cdot C_1 \cdot C_3}{(j\omega)^2 C_2 C_5 + j\omega G_5 (C_1 + C_3 + C_4) + G_2 \cdot G_5} \quad (4-34)$$

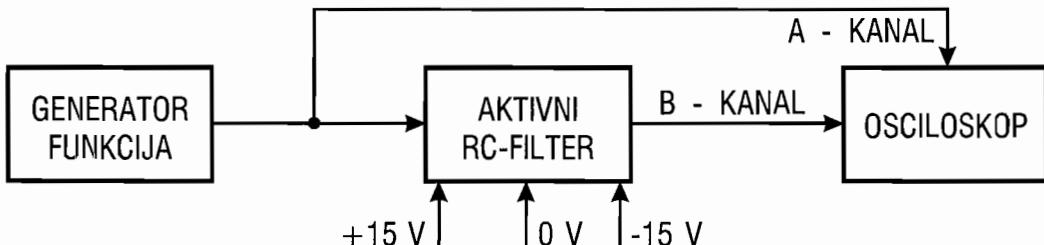
Ako se odaberu sljedeći izrazi, dobiva se **PP aktivni RC-filter**:

$$Y_1 = G_1 \quad Y_2 = G_2 \quad Y_3 = j\omega C_3 \quad Y_4 = j\omega C_4 \quad Y_5 = G_5 \quad (4-35)$$

$$\frac{U_I}{U_U} = \frac{-j\omega \cdot G_1 \cdot C_3}{(j\omega)^2 C_3 C_4 + j\omega G_5 (C_3 + C_4) + G_5 (G_1 + G_2)} \quad (4-36)$$

## 4.5. Upute za snimanje frekvencijskih karakteristika

Blokovska električna shema za ispitivanje frekvencijskih karakteristika prikazana je na Sl. 4.14.



Sl. 4.14. Mjerni spoj za snimanje frekvencijskih karakteristika

Na generatoru funkcija treba namjestiti frekvenciju  $f$  ulaznog sinusoidalnog signala i očitati je na osciloskopu.

Kružnu frekvenciju  $\omega$  treba izračunati.

Amplitude ulazne i izlazne sinusoide očitamo na osciloskopu.

Omjer amplituda  $A(\omega)$  izračunamo, a  $L(\omega)$  također izračunamo prema formuli iz tablice.

Fazni pomak  $\phi(\omega)$  očitamo na osciloskopu.

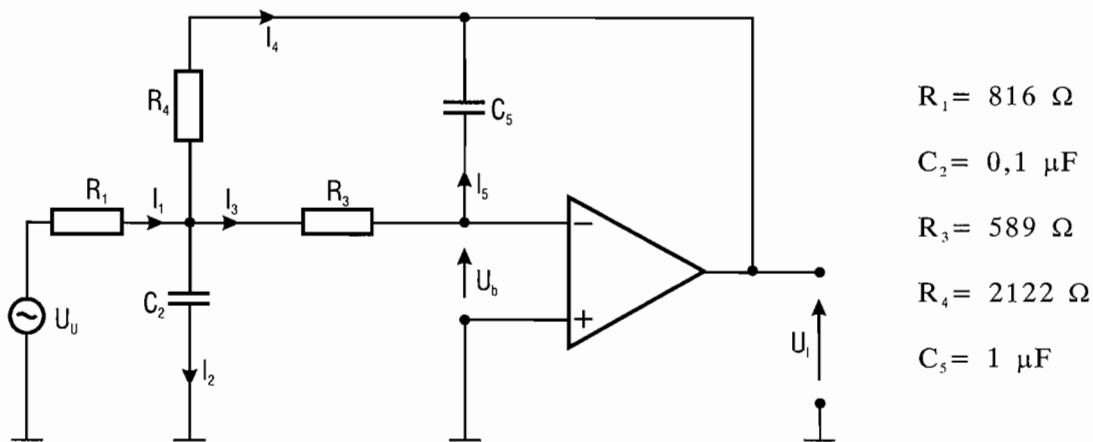
U Bodeove dijagrame uvrštavamo  $\omega$ ,  $L(\omega)$  i  $\phi(\omega)$ . Spajanjem točaka koje predstavljaju izmjerene vrijednosti crtamo izmjerene frekvencijske karakteristike. Onda crtamo približne Bodeove dijagrame i uspoređujemo ih s izmjerenim.

# PRAKTIČNI RAD

## 1. POKUS

### Snimanje frekvencijskih karakteristika NP aktivnog RC-filtera s OP

Na Sl. 4.15. prikazan je primjer aktivnog filtera. Može se raditi i s različitim brojčanim iznosima.



Sl. 4.15. Električna shema niskopropusnog aktivnog filtera

f / Hz							
$\omega = 2\pi f / \text{Hz}$							
$A(\omega) = \frac{U_{\text{Im}}}{U_{\text{Um}}}$							
$L(\omega) = 20 \log A(\omega), \text{dB}$							
$\varphi(\omega) / {}^\circ$							

f / Hz							
$\omega = 2\pi f / \text{Hz}$							
$A(\omega) = \frac{U_{\text{Im}}}{U_{\text{Um}}}$							
$L(\omega) = 20 \log A(\omega), \text{dB}$							
$\varphi(\omega) / {}^\circ$							

Zaključak

---



---



---



---



---



---



---



---

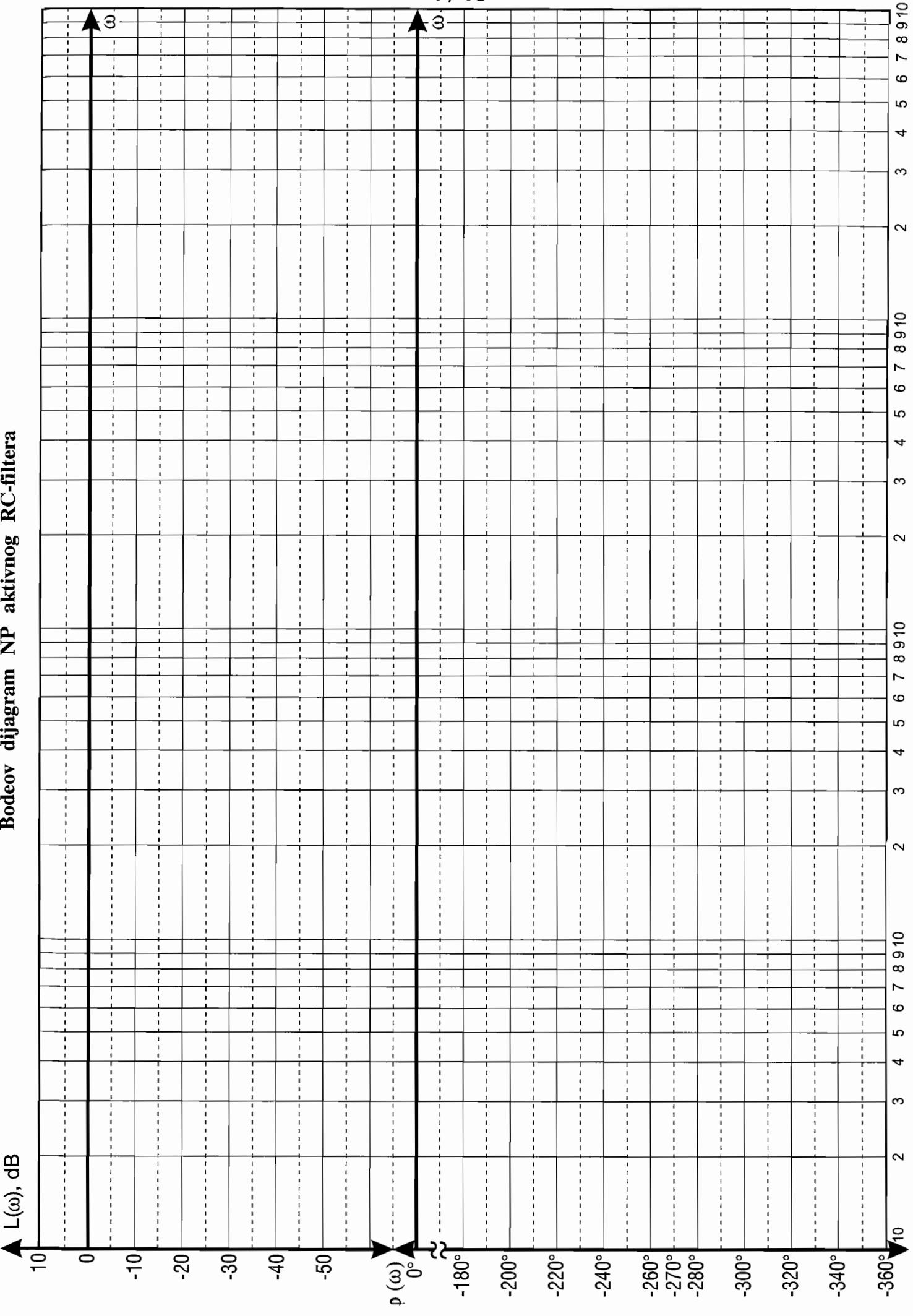


---



---

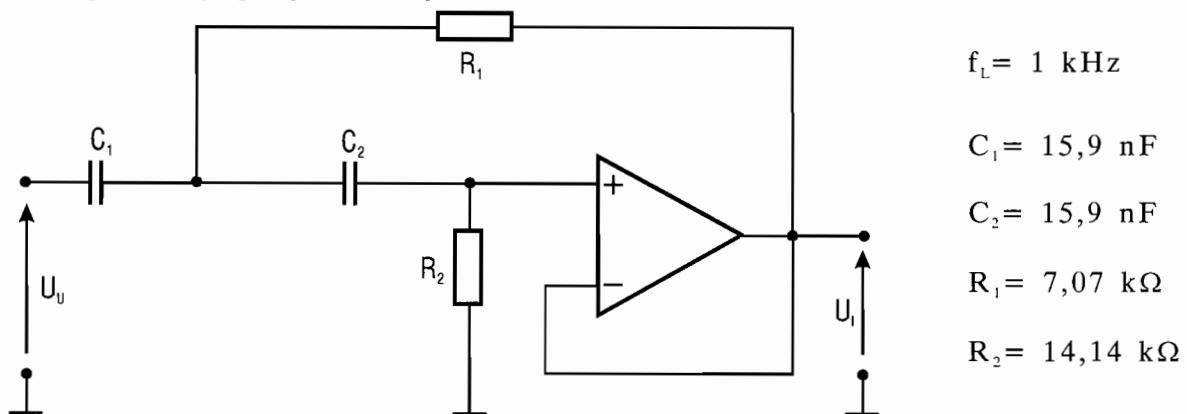
## Bodeov dijagram NP aktivnog RC-filtara



## 2. POKUS

#### **Snimanje frekvencijskih karakteristika VP aktivnog RC-filtara s OP**

Na Sl. 4.16. prikazan je primjer aktivnog filtera.



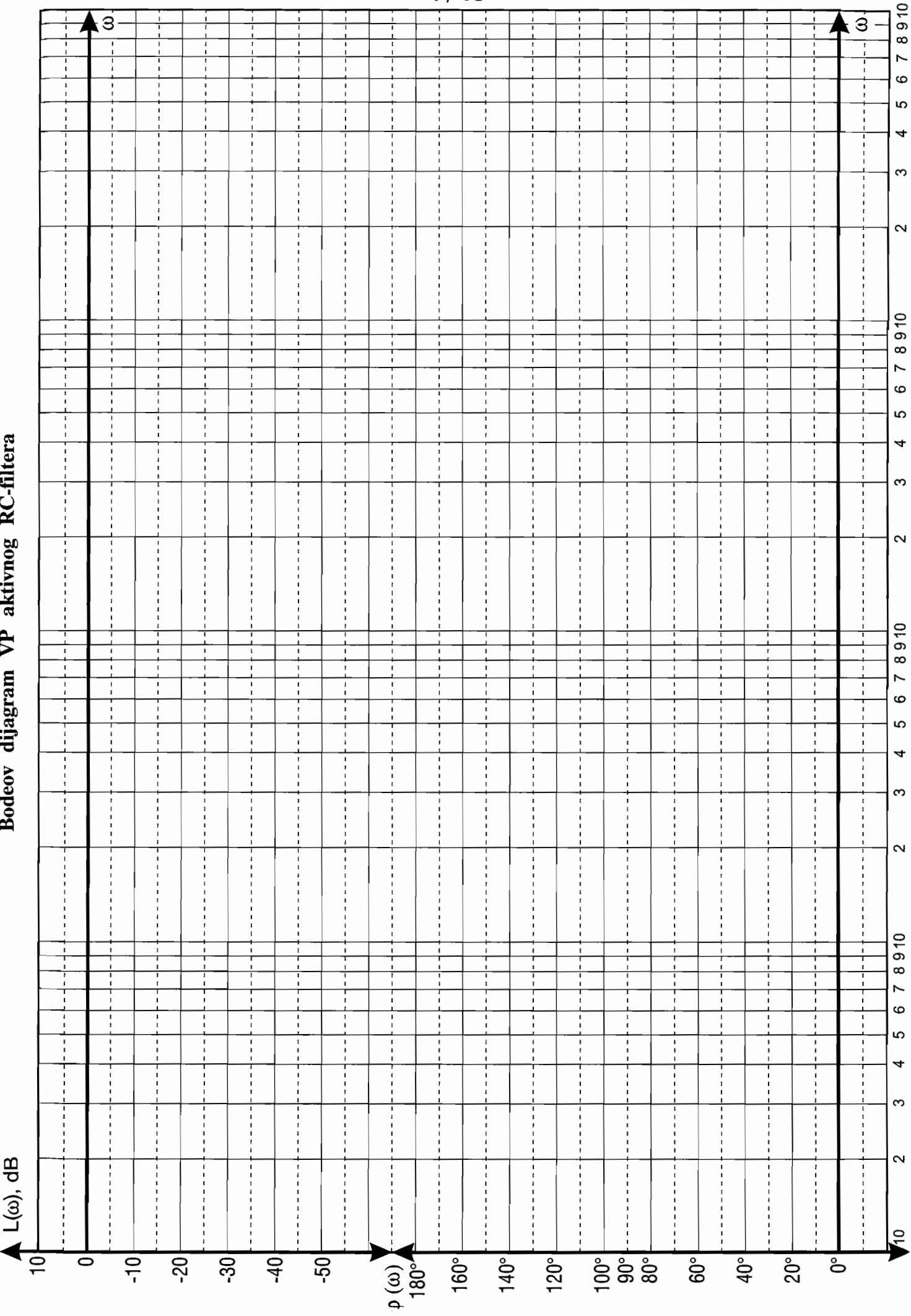
Sl. 4.16. Električna shema visokopropusnog aktivnog filtera

$f / \text{Hz}$						
$\omega = 2\pi f / \text{Hz}$						
$A(\omega) = \frac{U_{im}}{U_{Um}}$						
$L(\omega) = 20 \log A(\omega), \text{dB}$						
$\varphi(\omega) / {}^\circ$						

$f / \text{Hz}$						
$\omega = 2\pi f / \text{Hz}$						
$A(\omega) = \frac{U_{im}}{U_{Um}}$						
$L(\omega) = 20 \log A(\omega), \text{dB}$						
$\varphi(\omega) / {}^\circ$						

Zaključak

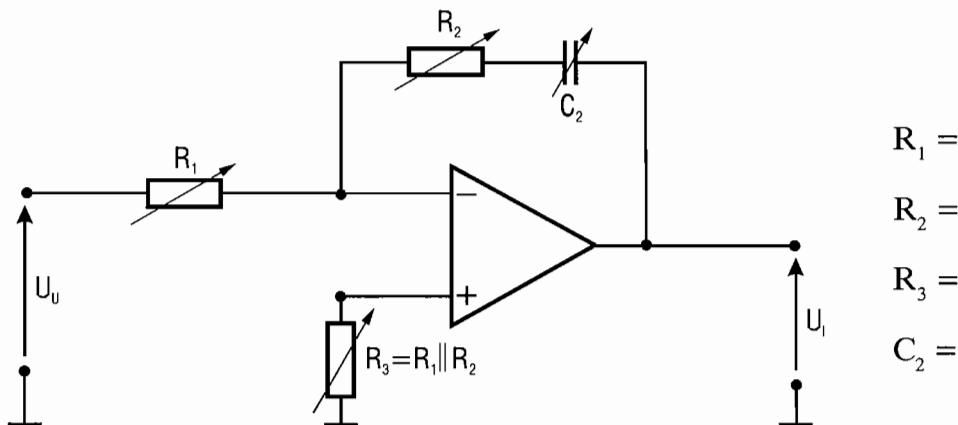
Bodeov dijagram VP aktivnog RC-filtara



### 3. POKUS

**Snimanje karakteristika PI-regulatora izvedenog s OP**

Na Sl. 4.17. prikazan je primjer **PI-regulatora**.



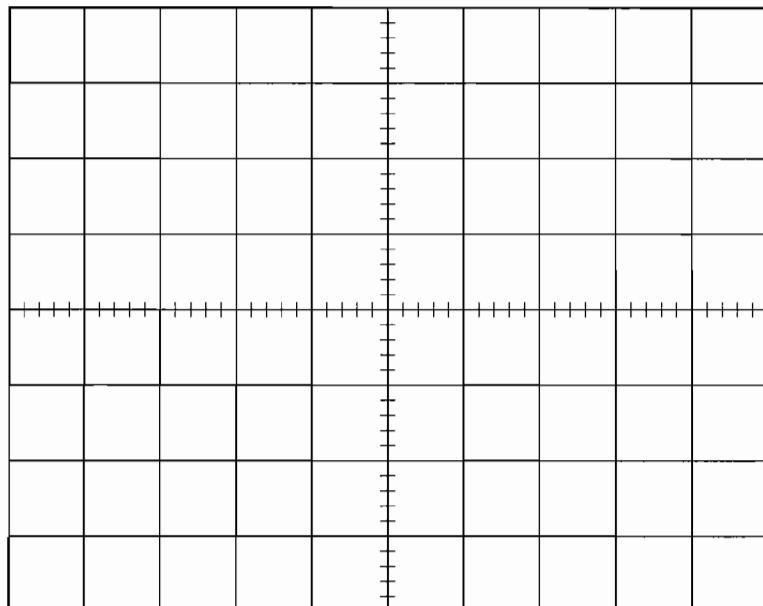
Sl. 4.17. Električna shema **PI-regulatora**

Umjesto **μA 741** znatno je bolje koristiti OP **LM 324** (čip s četiri OP).

Pomoću  $R_2$  namještamo integracijsku vremensku konstantu  $T_p$ , a pomoću  $R_1$  namještamo iznos  $K_p$ .

Nacrtajte prijelaznu karakteristiku **PI-regulatora**. Namjestite na osciloskopu mirnu sliku uz pobudu ostvarenu pomoću niza pravokutnih impulsa iz generatora funkcija, umjesto s odskočnom funkcijom (kao u 1. i 2. laboratorijskoj vježbi). Treba paziti da OP ne uđe u područje zasićenja. Iz oscilograma odredite približne iznose  $T_i$  i  $K_p$ .

Najprije kratko spojite  $C_2$  i namjestite sliku za **P-regulator**, a onda dodajte  $C_2$ .



Mjerilo

A: 1 cm  $\cong$  V

B: 1 cm  $\cong$  V

1 cm  $\cong$  s

$f_i =$

$T_i =$

$U_{vvu} =$

$T_l =$

$K_p =$

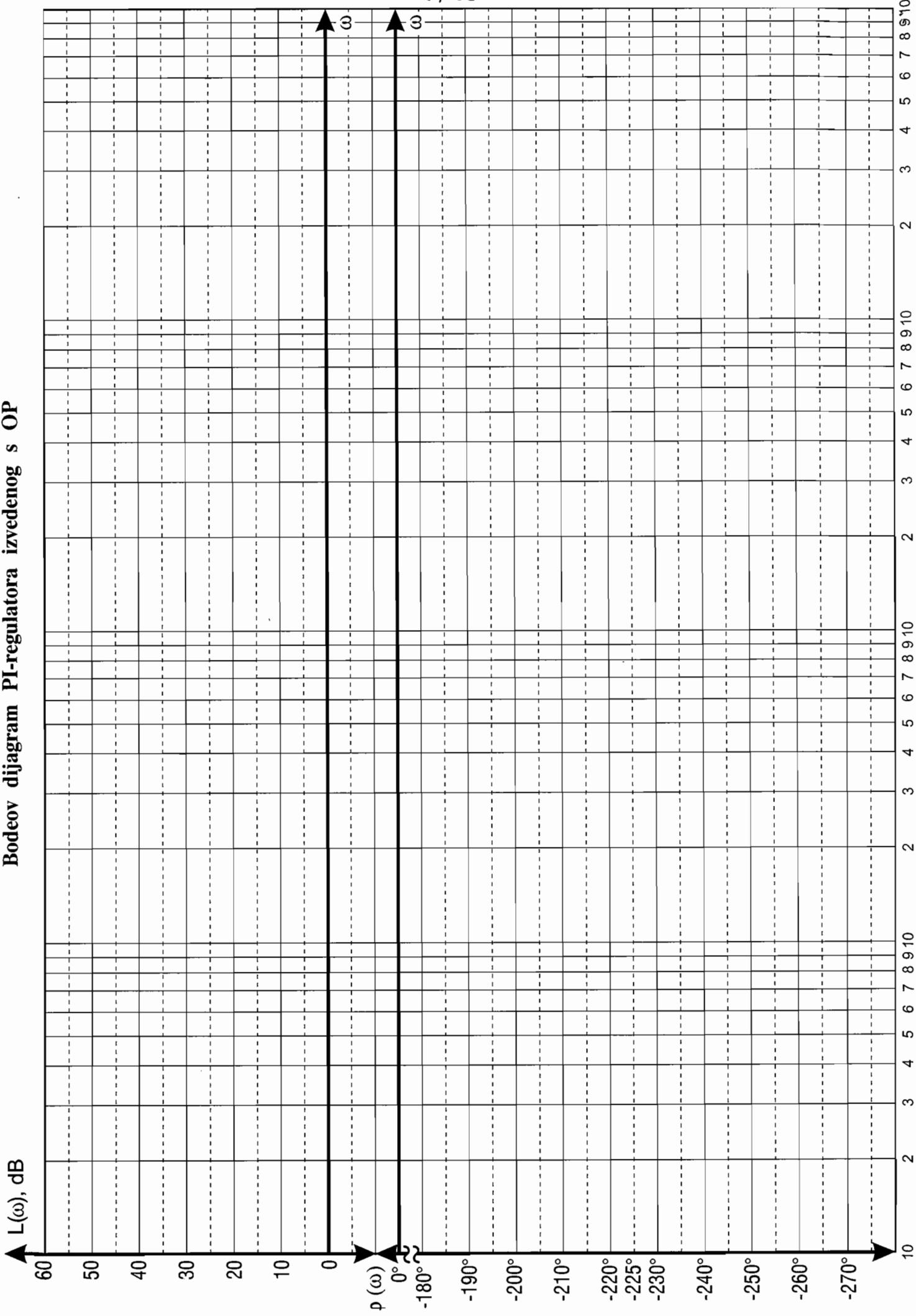
Snimite frekvencijsku karakteristiku PI-regulatora. Iz Bodeovog dijagrama odredite približne iznose  $T_1$  i  $K_p$ .

$f / \text{Hz}$						
$\omega = 2\pi f / \text{Hz}$						
$A(\omega) = \frac{U_{\text{Im}}}{U_{\text{Um}}}$						
$L(\omega) = 20 \log A(\omega), \text{dB}$						
$\varphi(\omega) / {}^\circ$						

$f / \text{Hz}$						
$\omega = 2\pi f / \text{Hz}$						
$A(\omega) = \frac{U_{im}}{U_{Um}}$						
$L(\omega) = 20 \log A(\omega), \text{dB}$						
$\varphi(\omega) / {}^\circ$						

## Zaključak

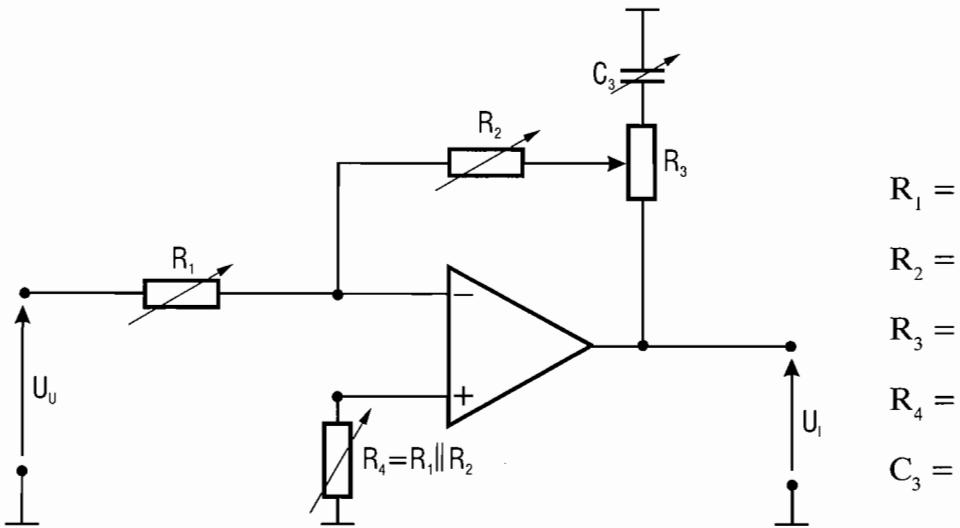
Bodeov dijagram PI-regulatora izvedenog s OP



## 4. POKUS

## Snimanje karakteristika PD1-regulatora izvedenog s OP

Na Sl. 4.18. prikazan je primjer PD1-regulatora.

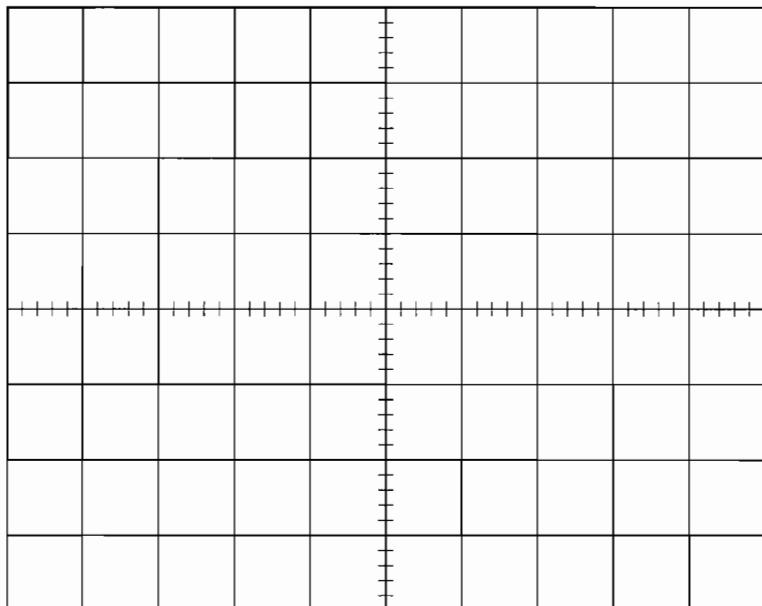


Sl. 4.18. Električna shema PD1-regulatora

Umjesto  $\mu\text{A } 741$  znatno je bolje koristiti OP **LM 324** (čip s četiri OP).

Pomoću  $R_3$  i  $C_3$  namještamo derivacijsku vremensku konstantu  $T_D$ , a pomoću  $R_1$  i  $R_2$  namještamo iznos  $K_p$ . Nacrtajte prijelaznu karakteristiku **PD1-regulatora**. Namjestite na osciloskopu mirnu sliku uz pobudu ostvarenu pomoću niza pravokutnih impulsa iz generatora funkcija, umjesto s odskočnom funkcijom (kao u 1. i 2. laboratorijskoj vježbi). Treba paziti da OP ne uđe u područje zasićenja. Iz oscilograma odredite približne iznose  $T_D$  i  $K_p$ .

Najprije odspojite  $C_3$  i namjestite sliku za **P-regulator**, a onda dodajte  $C_3$ .



Mjerilo

$$A: 1 \text{ cm} \hat{=} \quad \text{V}$$

$$B: 1 \text{ cm} \hat{=} \quad \text{V}$$

$$1 \text{ cm} \hat{=} \quad \text{s}$$

$$f_i =$$

$$T_i =$$

$$U_{vvu} =$$

$$K_p =$$

$$T_D =$$

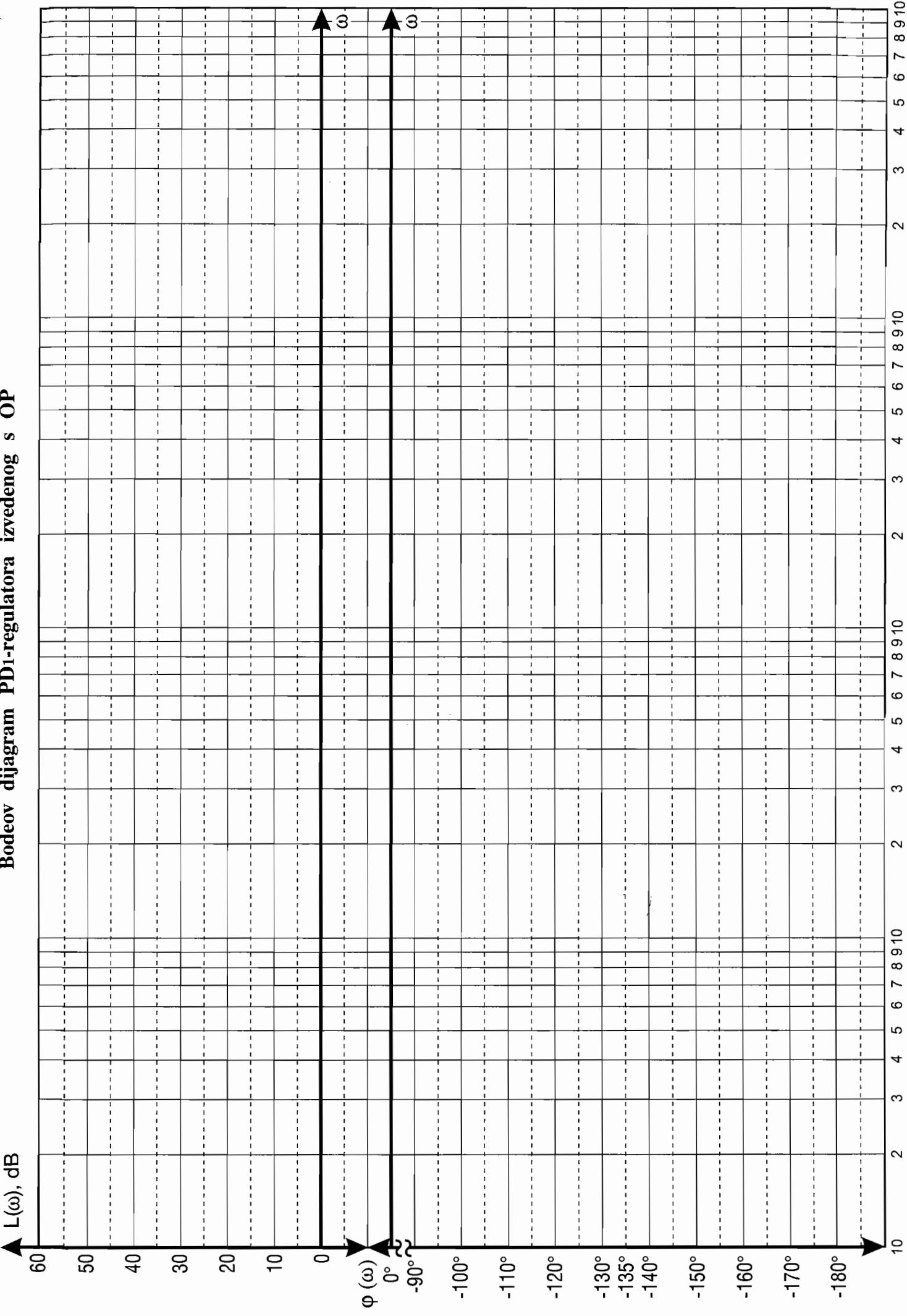
Snimite frekvencijsku karakteristiku PD<sub>1</sub>-regulatora. Iz Bodeovog dijagrama odredite približne iznose  $T_{D_1}$  i  $K_p$ .

$f / \text{Hz}$						
$\omega = 2\pi f / \text{Hz}$						
$A(\omega) = \frac{U_{im}}{U_{Um}}$						
$L(\omega) = 20 \log A(\omega), \text{dB}$						
$\phi(\omega) / {}^\circ$						

f / Hz							
$\omega = 2\pi f / \text{Hz}$							
$A(\omega) = \frac{U_{im}}{U_{Um}}$							
$L(\omega) = 20 \log A(\omega), \text{dB}$							
$\varphi(\omega) / {}^\circ$							

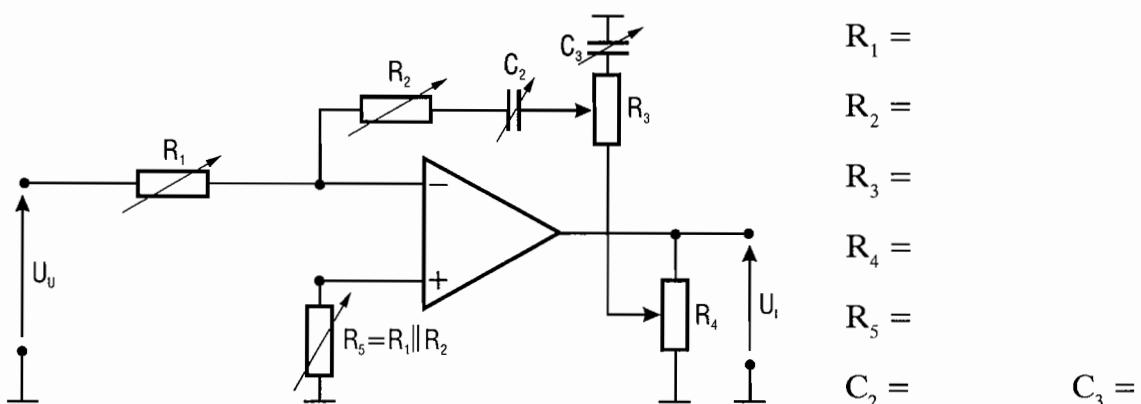
Zaključak

Bodeov dijagram PD1-regulatora izvedenog s OP



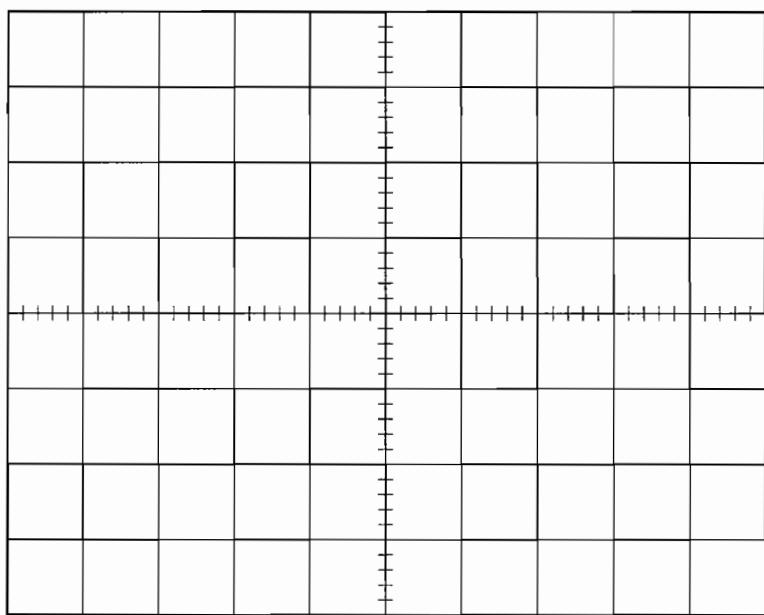
## 5. POKUS

**Snimanje prijelazne karakteristike PID<sub>1</sub>-regulatora izvedenog s OP**



Sl. 4.19. Električna shema PID<sub>1</sub>-regulatora

Umjesto  **$\mu$ A 741** znatno je bolje koristiti OP **LM 324** (čip s četiri OP). Brojčani iznosi otpornika i kondenzatora se mogu odrediti simuliranjem ili proračunom pomoću prijenosne funkcije. Nacrtajte prijelaznu karakteristiku **PID-regulatora**. Namjestite na osciloskopu mirnu sliku uz pobudu ostvarenu pomoću niza pravokutnih impulsa iz generatora funkcija, umjesto s odskočnom funkcijom. Treba paziti da OP ne uđe u područje zasićenja. Iz oscilograma odredite približne iznose  $T_1$ ,  $T_D$  i  $K_p$ . Najprije kratko spojite  $C_2$  i odspojite  $C_3$ . Namjestite sliku za **P-regulator**, a onda dodajte  $C_3$  pa  $C_2$ .



Mjerilo

A: 1 cm  $\cong$  V

B: 1 cm  $\cong$  V

1 cm  $\cong$  s

$$f_i =$$

$T_i =$

$$U_{VVU} =$$

$$K_p =$$

$$T_1 =$$

Zaključak

IME I PREZIME:	RAZRED:	
ŠKOLA:		
PREDMET:		
<b>5. LABORATORIJSKA VJEŽBA</b>		
SKUPINA:	NADNEVAK:	OCJENA:

## ISPITIVANJE ZATVORENIH AUTOMATSKIH SUSTAVA NA PRIMJERIMA DISKRETNIH TRANZISTORSKIH POJAČALA

### Popis instrumenata

- |   |                                    |
|---|------------------------------------|
| 1. Univerzalni digitalni mjerni instrument        | 3. Dvokanalni analogni osciloskop  |
| - proizvođač                                      | - proizvođač                       |
| - model   | - model                            |
| - naponski mjerni opseg                           | - frekvencijsko područje           |
| 2. Generator funkcija ili generator valnih oblika | 4. Stabilizirani ispravljač        |
| - proizvođač                                      | - izlazni napon <b>0 + 30 V</b>    |
| - model   | - izlazna struja <b>I &gt; 1 A</b> |
| - frekvencijsko područje                          | $, U_{vv} \leq \quad V$            |

Pomoću digitalnog voltmetra izmjerili smo mrežni napon **U =                    V.**

### "Zadaci za laboratorijske vježbe iz automatike"

13. izdanje

Zagreb, 2009.

**Autor** Velibor Ravlić, dipl. inž. el., inž. aeroteh.  
**Lektor** Vedrana Martinović, prof.  
**Recenzenti** Prof. dr. sc. Petar Crnošija, dipl. inž. el.  
Doc. dr. sc. Željko Ban, dipl. inž. el.  
Josip Ivasić, dipl. inž. el.  
Mato Skrletović, dipl. inž. el.

**Korektor** Velibor Ravlić  
**Grafički urednik** Velibor Ravlić  
**Priprema tiska** Gandalf d.o.o.  
**Tisk** Tiskara Zelina d.d.  
**Nakladnik** Ravel d.o.o.

**Priručnik je odobren 9. lipnja 1998. rješenjem Ministarstva prosvjete i športa Republike Hrvatske (KLASA: UP/I°-602-09/98-01/115, URBROJ: 532-03-02/4-98-1).**

**Po zakonu je kažnjivo kopiranje, umnožavanje i prodaja knjige bez pisanog dopuštenja autora.**

CIP - Katalogizacija u publikaciji  
Nacionalna i sveučilišna knjižnica, Zagreb

UDK 372.868.15(075.3)(076.5)

RAVLIĆ, Velibor  
Zadaci za laboratorijske vježbe iz automatike  
/ Velibor Ravlić, Stjepan Bogdan, Zdenko Kovačić. - 13. izd.  
- Zagreb : Ravel d.o.o., 2009. - 164 str. : ilustr. ; 30 cm

Om. nasl. - Bibliografija uz tekst

ISBN 953-97246-3-5

1. Bogdan, Stjepan 2. Kovačić, Zdenko  
980616031

### Popis literature

1. Biljanović P.: "Električni sklopovi", Školska knjiga, Zagreb, 1. izdanje, 1989.
2. Jelaković T.: "Tranzistorska audiopojakačala", Školska knjiga, Zagreb, 5. izdanje, 1991.
3. Kuljača Lj., Vukić Z.: "Automatsko upravljanje sistemima", Školska knjiga, Zagreb, 1. izdanje, 1985.
4. Limann O., Pelka H.: "Elektronika na laki način", Tehnička knjiga, Zagreb, 1989.
5. Zulim I., Biljanović P.: "Električni sklopovi", zbirka zadataka, Školska knjiga, Zagreb, 1. izdanje, 1994.

## 5. PRIPREMA ZA VJEŽBU

### 5.1. Općenito o negativnoj povratnoj vezi

Povratna veza je temeljni pojam u automatici. Još se zove reakcija, i to naročito kod audiopojačala. Engleski naziv je feedback [fidbek]. Odatle potječe indeks  $f$  u oznakama. Povratna veza omogućava usporedbu ili komparaciju izlaznog signala (ili njegova dijela) s ulaznim signalom. Ako je signal vraćen s izlaza na ulaz u fazi s ulaznim signalom, to je **pozitivna povratna veza** ili pozitivna reakcija. To znači da se povećava iznos pojačanja kod pojačala. Ako je vraćeni signal s izlaza na ulaz u protufazi s ulaznim signalom, to je **negativna povratna veza** ili negativna reakcija. Kod pojačala to znači da se smanjuje iznos pojačanja. Negativna povratna veza se primjenjuje u električkim pojačalima, a u oscilatorima se primjenjuje pozitivna povratna veza. Iako pojačala mogu pojačavati napon, struju i snagu, zbog jednostavnosti ih ovdje razmatramo kao pojačala napona s koeficijentom pojačanja  $A_v$ .

#### Prednosti uvođenja negativne povratne veze u pojačalima

1. Pojačalo s negativnom povratnom vezom ima **puno stabilniji iznos pojačanja** u odnosu na pojačala bez negativne povratne veze. Koeficijent pojačanja je stabiliziran uz promjene parametara aktivnih električkih komponenata (tranzistora) koje nastaju zbog promjene radne temperature, promjene napona napajanja, starenja tranzistora i djelovanja ionizacijskog zračenja.

2. Pomoću negativne povratne veze mogu se znatno **smanjiti nelinearna izobličenja** signala.

3. Pomoću negativne povratne veze dobiva se **veća širina frekvencijskog pojasa** pojačala, odnosno pojačalo pojačava s nazivnim iznosom u znatno širem frekvencijskom području.

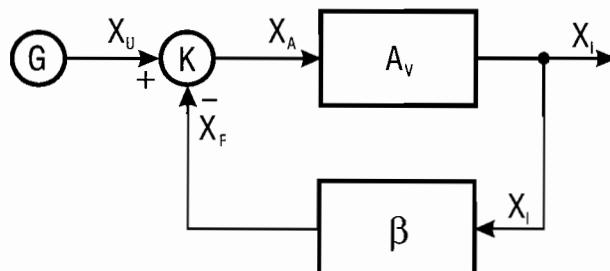
4. S negativnom povratnom vezom mogu se dobiti **željeni iznosi (manji ili veći) ulazne i izlazne impedancije**. Uz stabilan iznos pojačanja, ova osobina omogućava dobivanje realnih pojačala koja se približavaju idealnim.

#### Nedostaci uvođenja negativne povratne veze u pojačalima

1. Smanjuje se iznos pojačanja. Ovo nije ozbiljan nedostatak, jer se uvođenjem pojačala s više stupnjeva može dobiti bilo koji koeficijent pojačanja.

2. Kod izmjenično vezanih (**RC-vezanih**) pojačala na nekoj frekvenciji negativna povratna veza prelazi u pozitivnu i izaziva spontane oscilacije. Tada pojačalo postaje oscilatorom, a to nije dopušteno. Uzrok je u faznom pomaku izlaznog signala. Treba ispitati graničnu frekvenciju stabilnog rada i definirati frekvencijski opseg pojačala.

Opća blokovska shema pojačala s negativnom povratnom vezom prikazana je na Sl. 5.1.



Sl. 5.1. Opća blokovska shema pojačala s negativnom povratnom vezom

- G** - generator signala (naponski ili strujni),
- K** - komparator,
- $A_v$**  - osnovno tranzistorsko pojačalo u direktnoj (glavnoj) grani,
- $\beta$**  - grana povratne veze (beta grana) od pasivnih elemenata,
- $X_u$**  - ulazni signal iz generatora,
- $X_A$**  - signal razlike,
- $X_I$**  - pojačani signal (izlazni) koji se predaje trošilu,
- $X_F$**  - izlazni signal beta grane koji je proporcionalan signalu  $X_I$ .

Ako postoji i unutrašnja povratna veza u **A** grani tranzistorskog pojačala, ona se zanemaruje. Inače, ona je rezultat složenih pojava u tranzistorima, a ne rezultat konstrukcije. Pretpostavljamo unilateralno (jednosmjerno) djelovanje **A** grane i  **$\beta$**  grane, tj. da se signal kroz njih prenosi samo u jednom smjeru. U stvarnosti nije tako, ali je redovito dopušteno ovakvo zanemarenje.  **$\beta$**  grana je građena od pasivnih komponenata, ali je razina izlaznog pojačanog signala toliko veća od ulaznog signala da će signali i kroz nju teći samo u naznačenom smjeru.

Izraz koji opisuje rad komparatora:

$$X_A = X_U - X_F \quad (5-1)$$

Prijenosna funkcija  $A$  grane:

$$A_v = \frac{X_I}{X_A} \quad (5-2)$$

Ovisno o naravi  $X_I$  i  $X_A$  (jesu li oni naponi ili struje) osnovno pojačalo u glavnoj (direktnoj) grani može biti naponsko, strujno, strminsko ili otporno pojačalo. Mi razmatramo slučaj **naponskog pojačala  $A_v$** .

Prijenosna funkcija  $\beta$  grane:

$$\beta = \frac{X_F}{X_I} \quad (5-3)$$

Prijenosna funkcija sklopa s negativnom povratnom vezom  $A_{VF}$ :

$$A_{VF} = \frac{X_I}{X_U} \quad (5-4)$$

Iz navedenih relacija sredivanjem se dobiva slijedeći izraz za prijenosnu funkciju zatvorene petlje:

$$A_{VF} = \frac{A_v}{1 + \beta A_v} \quad (5-5)$$

Isključivanjem  $\beta$  grane ( $\beta = 0$ ) dobiva se  $A_{VF} = A_v$ , a isključivanjem  $A$  grane ( $A_v = 0$ ) dobiva se  $A_{VF} = 0$  zato jer nema prolaza kroz  $\beta$  granu s ulaza na izlaz sklopa.

Ako je na određenoj frekvenciji  $|A_{VF}| < |A_v|$ , povratna veza je negativna (degenerativna), jer je smanjen iznos pojačanja. Ovaj uvjet se svodi na  $\beta A_v > 0$ , odnosno  $|1 + \beta A_v| > 1$ . Izraz  $(-\beta A_v)$  zove se pojačanje otvorene petlje.

Izraz  $F = 1 + \beta A_v$  ima naziv **faktor povratne veze**, pa se izraz za prijenosnu funkciju zatvorene petlje može napisati i u slijedećem obliku:

$$A_{VF} = \frac{A_v}{F} \quad (5-6)$$

Ako je  $|F| < 1$ , onda je povratna veza pozitivna (regenerativna), jer se povećava koeficijent pojačanja.

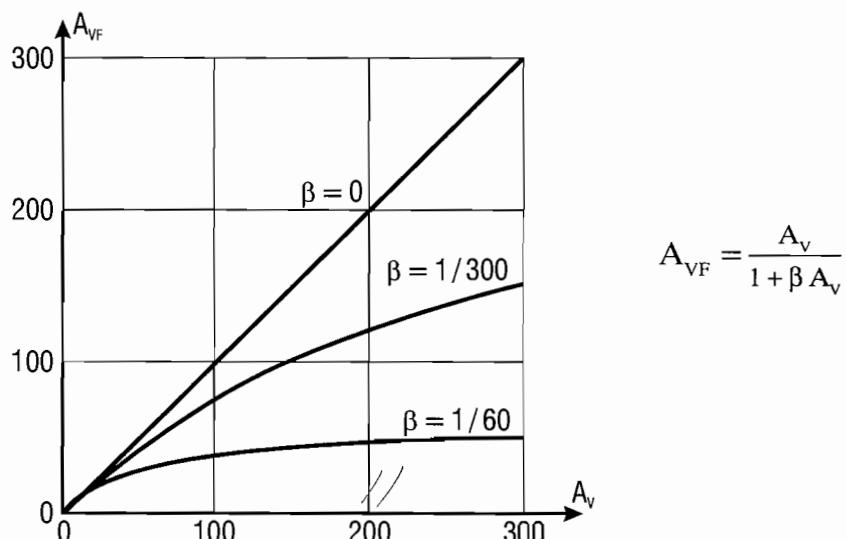
Poseban je slučaj kada je  $-\beta A_v = 1$ , odnosno kada je  $F = 1 + \beta A_v = 0$ . Tada je  $A_{VF} = \infty$  pa će postojati izmjenični signal na izlazu i bez djelovanja ulaznog signala. Tada se pretvara istosmjerni napon iz pomoćnog izvora napajanja u izmjenični izlazni napon. Pojačalo je u tom slučaju pretvoreno u oscilator.

Uz pretpostavku da je  $A_v \gg 1$ , a redovito je tako, slijedi da je i  $|\beta A_v| \gg 1$ . U tom slučaju izraz za prijenosnu funkciju zatvorene petlje poprima slijedeći oblik:

$$A_{VF} = \frac{A_v}{1 + \beta A_v} \approx \frac{A_v}{\beta A_v} = \frac{1}{\beta} \neq f(A_v) \quad (5-7)$$

U tom je slučaju  $A_{VF}$  manje od  $A_v$ , ali je zato neovisno o pojačanju osnovnog pojačala u glavnoj grani. Koeficijent pojačanja  $A_{VF}$  je određen samo parametrima  $\beta$  grane koja se ostvaruje pomoću pasivnih elemenata. Pasivni elementi ( $R, C$ ) imaju puno stabilnije parametre nego tranzistori. Zato je i iznos  $A_{VF}$  tako stabilan. Uvjet je da iznos  $A_v$  bude jako velik. Otpori u grani povratne veze određuju pojačanje pojačala, a promjene tranzistorskih parametara ne djeluju na iznos pojačanja. To je posebno važno za izradu monolitnih integriranih pojačala. Negativna povratna veza popravlja i odnos signal-šum u pojačalima.

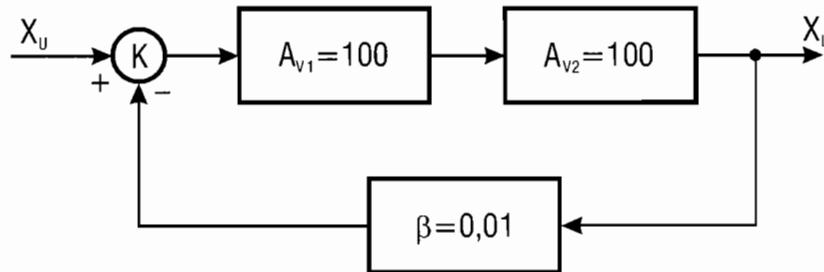
Na sljedećem dijagramu prikazana je ovisnost koeficijenta pojačanja pojačala s negativnom povratnom vezom o pojačanju bez negativne reakcije uz tri iznosa koeficijenta pojačanja grane povratne veze.



Sl. 5.2. Ovisnost koeficijenta pojačanja pojačala o koeficijentu pojačanja grane povratne veze

## 5 / 4

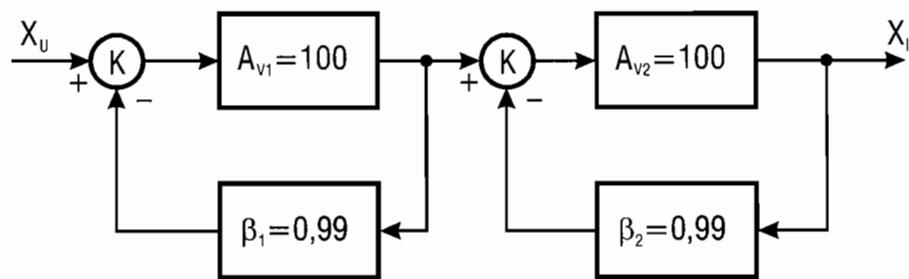
U praksi se nastoji u petlju negativne povratne veze uključiti više stupnjeva pojačala, jer se tako i uz veliki iznos  $\beta$  može dobiti veliko pojačanje. Ako se za svaki stupanj pojačala uključi posebna negativna povratna veza, onda će se jako smanjiti ukupno pojačanje. U tom slučaju mogu se smanjiti iznosi  $F$ , ali su onda manji i svi poželjni utjecaji na stabilnost pojačanja i nelinearna izobličenja. To je pokazano na sljedećim blokovskim shemama tranzistorskog pojačala od dva stupnja.



$$A_v = 100 \cdot 100 = 10000$$

$$F = 1 + \beta A_v = 1 + 0,01 \cdot 10000 = 101 \approx 100$$

$$A_{VF} = \frac{A_v}{F} \approx \frac{10000}{100} = 100$$

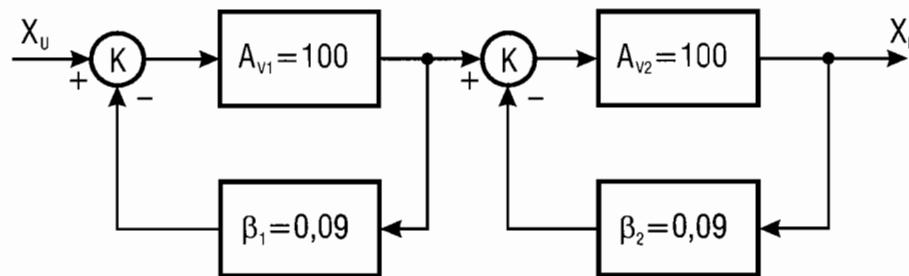


$$F_1 = 1 + \beta A_v = 1 + 0,99 \cdot 100 = 100$$

$$F_2 = 100$$

$$A_{VFI} = 1 \quad A_{VF2} = 1$$

$$A_{VF} = 1$$



$$F_1 = 1 + \beta_1 A_v = 1 + 0,09 \cdot 100 = 10$$

$$F_2 = 10$$

$$A_{VFI} = 10 \quad A_{VF2} = 10$$

$$A_{VF} = 100$$

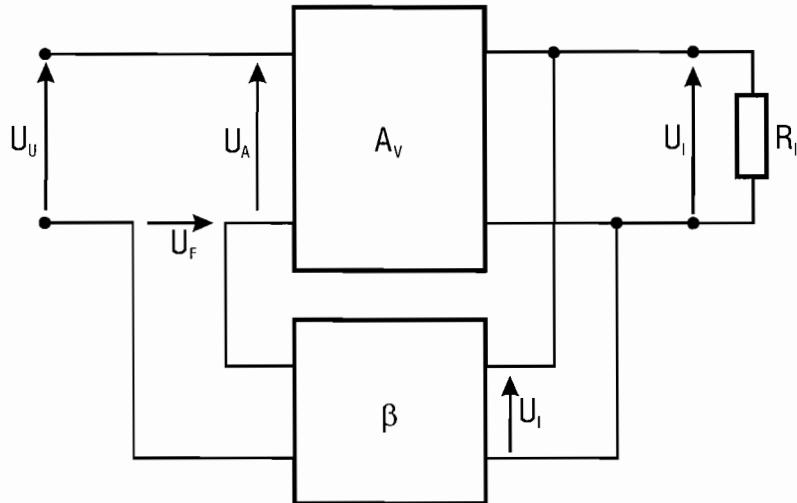
Sl. 5.3. Blokovske sheme pojačala od dva stupnja u različitim spojevima

U 1. i u 2. slučaju je jednak faktor povratne veze  $F$ , a u 3. slučaju je smanjen 10 puta.  $\beta$  se mijenja uz isto pojačanje u glavnoj grani.

## 5.2. Vrste povratne veze kod tranzistorskih pojačala

Primjenjuju se četiri osnovna spoja tranzistorskih pojačala s negativnom povratnom vezom.

### 1. Naponska serijska povratna veza



Sl. 5.4. Blokovska shema tranzistor skog pojačala s naponskom serijskom povratnom vezom

Prijenosna funkcija naponskog pojačala u glavnoj grani:

$$A_v = \frac{U_i}{U_a} \quad (5-8)$$

Prijenosna funkcija  $\beta$  grane:

$$\beta = \frac{U_f}{U_i} \quad (5-9)$$

Prijenosna funkcija pojačala s negativnom povratnom vezom:

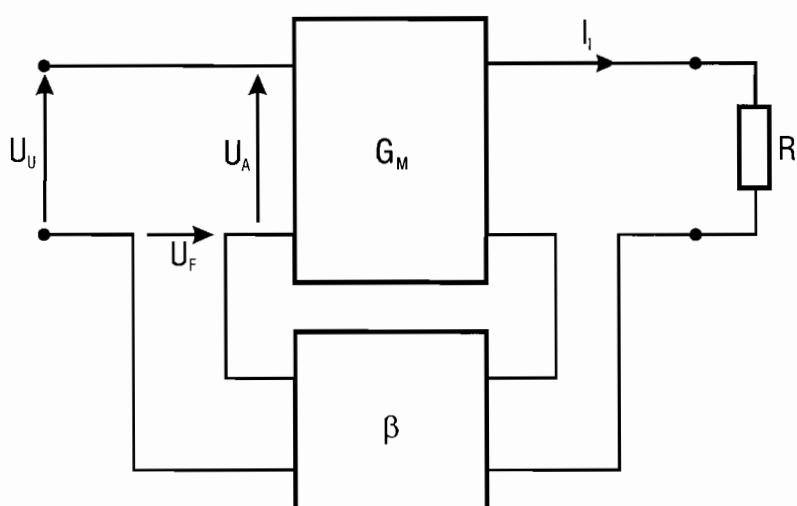
$$U_a = U_u - U_f \quad (5-10)$$

$$A_{vf} = \frac{U_i}{U_u} \quad (5-11)$$

$$A_{vf} = \frac{A_v}{1 + \beta A_v}$$

Ova vrsta povratne veze zove se **naponska**, jer se na ulaz  $\beta$  grane dovodi napon  $U_f$ , a **serijska** zato što je izlazna veličina  $\beta$  grane napon  $U_i$  koji se dovodi u ulazni krug  $A$  grane gdje djeluje u seriji s naponom  $U_a$ . Naziv **naponska** se odnosi na izlazni krug, a naziv **serijska** na ulazni krug pojačala.

### 2. Strujna serijska povratna veza



Sl. 5.5 Blokovska shema tranzistor skog pojačala sa strujnom serijskom povratnom vezom

U A grani je strminsko pojačalo. Prijenosna funkcija A grane:

$$A_V = G_M = \frac{I_I}{U_A} \quad S = A / V \quad (5-12)$$

Izraz za naponski signal povratne veze:

$$U_F = \beta \cdot I_I$$

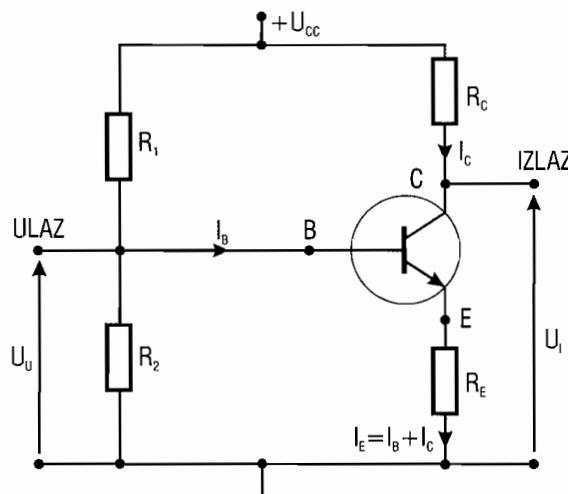
Izraz za napon na ulazu u glavnu granu pojačala:

$$U_A = U_U - U_F$$

Iz ovih izraza srednjanjem se dobiva izraz za prijenosnu funkciju sklopa:

$$G_{MF} = \frac{G_M}{1 + \beta G_M} \quad (5-13)$$

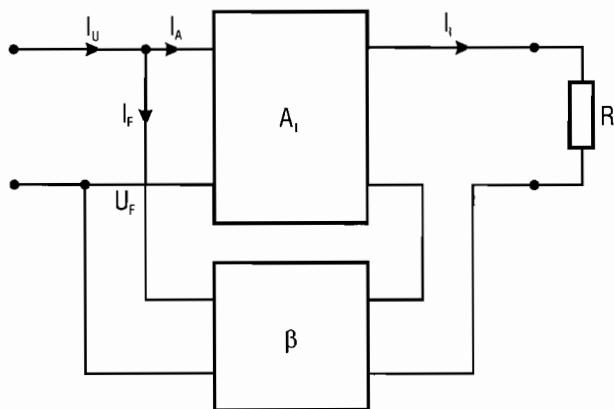
Ovakva povratna veza je u slučaju tranzistorskog pojačala u spoju zajedničkog emitera s **emiterkom degeneracijom**. Cilj je stabilizirati statičku radnu točku tranzistora, a tako i poboljšati njegove dinamičke osobine.



Sl. 5.6. Električna shema tranzistorskog pojačala s emiterkom degeneracijom

Otpor  $R_E$  smanjuje i strujno i naponsko pojačanje, ali stabilizira statičku radnu točku u odnosu na promjene temperature i na rasipanje tranzistorskih parametara.  $R_E$  također povećava ulazni otpor tranzistora. Smanjenje iznosa pojačanja zove se **degeneracija**. Preko  $R_E$  postoji povratno djelovanje s izlaza na ulaz. Izlazna struja pojačala djeluje preko  $R_E$  na ulazni krug, pa se zato zove strujna povratna veza. Zbog smanjenja pojačanja zove se negativna povratna veza. Ako se doda  $C_E$  velikog kapaciteta paralelno  $R_E$ , mogu se sačuvati dobra stabilizacijska svojstva bez smanjivanja pojačanja.

### 3. Strujna paralelna povratna veza



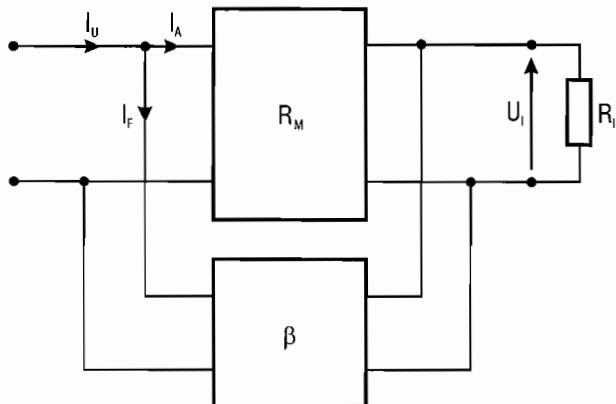
Sl. 5.7. Blokovska shema tranzistorskog pojačala sa strujnom paralelnom povratnom vezom

$$A_I = I_I / I_A \quad \beta = I_F / I_I \quad (5-14)$$

$$A_{IF} = \frac{I_I}{I_U} = \frac{A_I}{1 + \beta A_I} \quad (5-15)$$

Struja  $I_F$  je veličina koja djeluje s izlaza na ulaz. U glavnoj grani je strujno pojačalo.

#### 4. Naponska paralelna povratna veza



Sl. 5.8. Blokovska shema tranzistorskog pojačala s naponskom paralelnom povratnom vezom

$$R_M = U_I / I_A \quad \beta = I_F / U_I \quad (5-16)$$

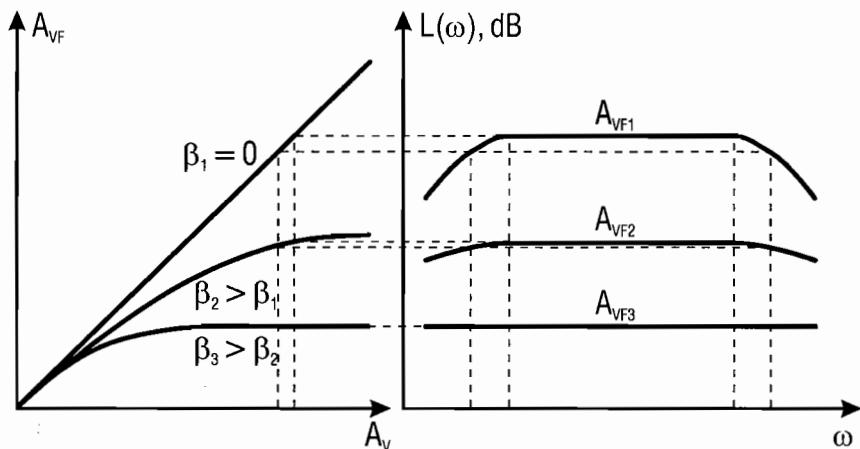
$$R_{MF} = \frac{U_I}{I_U} = \frac{R_M}{1 + \beta R_M} \quad (5-17)$$

### 5.3. Utjecaj negativne povratne veze na frekvencijske karakteristike tranzistorskog pojačala

Negativna povratna veza, ili negativna reakcija, protivi se promjeni iznosa pojačanja koje nastaje u pojačalu. U monolitnim integriranim pojačalima primjenjuju se direktno vezana ili istosmjerno vezana pojačala, jer je teško minijaturizirati kondenzatore. Kako nije moguće nadzirati tranzistorske parametre, pomoću negativne povratne veze pojačanje se smanji i stabilizira, odnosno, postiže se željena prijenosna funkcija pojačala. Ovakva pojačala imaju vrlo široku primjenu zbog velikih prednosti integriranih sklopova. Fazni pomak im je  $0^\circ$ , a amplitudna karakteristika je vodoravni pravac. Direktno vezano tranzistorsko pojačalo se ponaša kao jedinica s proporcionalnim djelovanjem nultog reda ili **Po-član**.

U praksi su česta i **RC-vezana** ili izmjenično vezana pojačala. Ona imaju vezne ili spojne kondenzatore među stupnjevima pojačala. Zbog kapacitivnog otpora kroz takvo pojačalo prolazi samo izmjenična komponenta signala. Uz uobičajene otpornike u pojačalu tako nastaju **RC-članovi** koji djeluju na amplitudno frekvencijske i fazno frekvencijske karakteristike. Ovdje razmatramo **RC-vezana** tranzistorska pojačala.

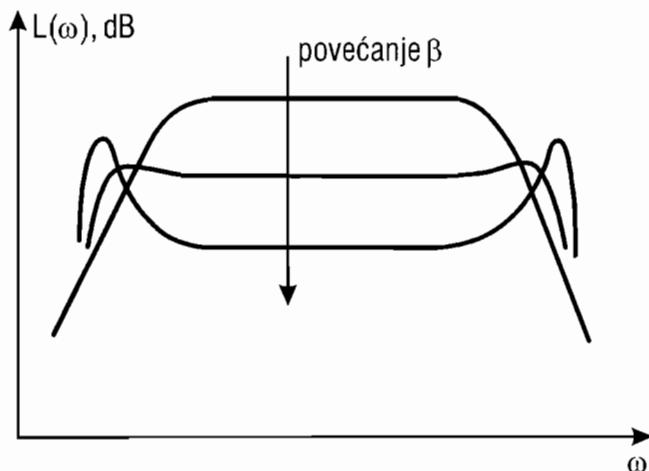
Na Sl. 5.9. prikazan je utjecaj negativne povratne veze na amplitudno frekvencijsku karakteristiku pojačala.



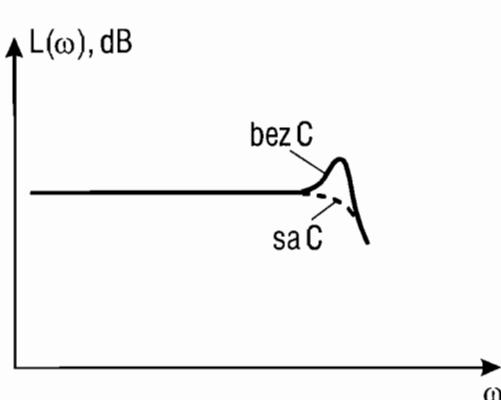
Sl. 5.9. Prikaz utjecaja negativne povratne veze na amplitudno frekvencijsku karakteristiku pojačala

**RC-članovi** unose fazni pomak (svaki po  $90^\circ$ ) i smanjuju pojačanje u pojačalu. Vidi se da se s povećanjem  $\beta$  povećava frekvencijski propusni pojas. Vodoravni dio se proširuje, a to je poželjno.

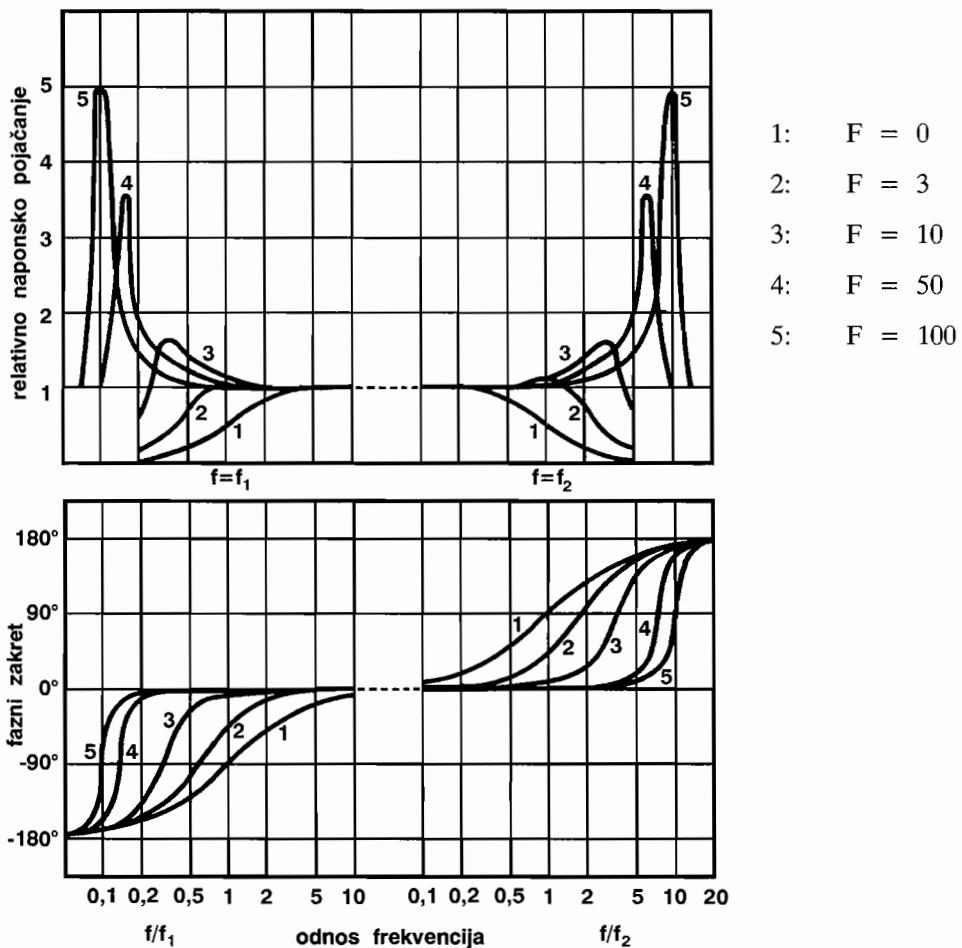
Ako se obuhvati negativnom povratnom vezom više stupnjeva pojačala, onda se na najvišim i najnižim frekvencijama negativna povratna veza pretvara u pozitivnu. Tako se povećava amplitudno izobličenje signala. To je prikazano na Sl. 5.10.



U praksi se izdizanje amplitudne karakteristike najčešće pojavljuje na visokim frekvencijama. Moguće je sprječiti izdizanje dodavanjem kondenzatora paralelno otporniku u povratnoj vezi. On na visokim frekvencijama kratko spaja otpornik, a s drugim otpornikom čini **CR-član** koji zakreće fazu u suprotnom smjeru u odnosu na **RC-članove** u pojačalu. To je prikazano na Sl. 5.11.



Osim djelovanja na amplitudno frekvencijsku karakteristiku pojačala, kod **RC-pojačala** negativna povratna veza takođe utječe i na fazno frekvencijsku karakteristiku. S povećanjem iznosa  $F$  širi se frekvencijski pojas u kojemu je zanemarivo fazno izobličenje, ali tada dolazi i do izdizanja napona na visokim i niskim frekvencijama koje se mora ukloniti nekim spojem za slabljenje pojačanja, ili pomoću već opisanog protuzakretača faze. Na Sl. 5.12. prikazane su frekvencijske karakteristike za **RC-pojačalo** od dva stupnja.



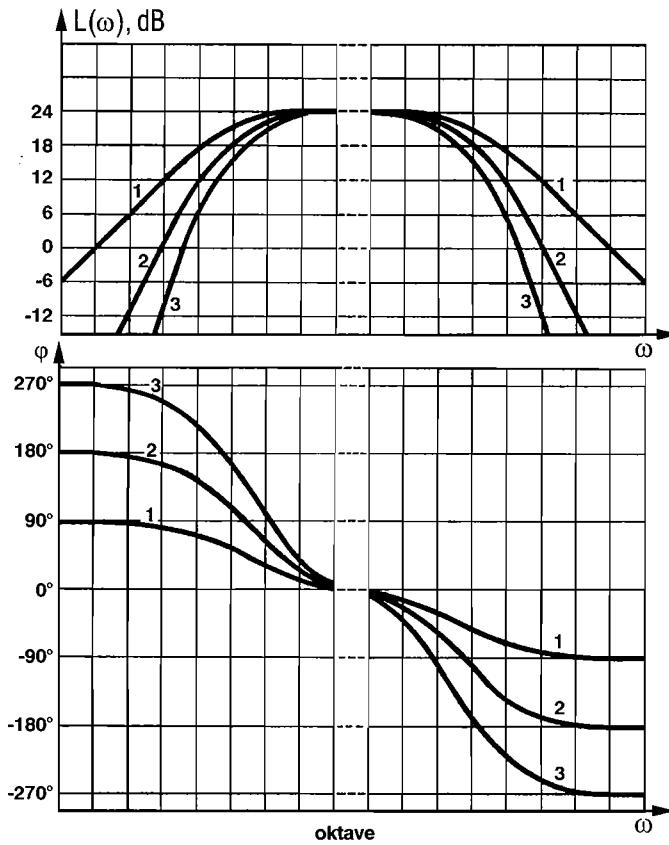
Kod **RC-vezanih** pojačala napon povratne veze je protufazan ulaznom naponu samo za središnju frekvenciju u propusnom frekvencijskom pojasu pojačala. **RC-članovi** uzrokuju fazni pomak između ulaznog i izlaznog napona ovisan o frekvenciji. U slučaju više stupnjeva obuhvaćenih negativnom povratnom vezom, može doći do nastanka **samoosciliranja** pojačala. Tada ono ne može raditi kao pojačalo, već daje izlazni napon i bez ulaznog signala. Zapravo postoji šum u ulaznom signalu, a on se sastoji od napona svih frekvencija. Ako su tri stupnja, onda će na nekoj frekvenciji svaki zakretati fazu za  $60^\circ$ , ili ukupno  $180^\circ$ . Tada će biti ulazni i izlazni napon u fazi. Dolazi do **samopobudivanja** pojačala i ono se pretvara u **oscilator**. Uvjet za to je:

$$\beta \cdot A_v = 1 \quad \text{uz} \quad \varphi = -180^\circ \quad (5-18)$$

Lijevi izraz znači da je pojačanje otvorene petlje pojačala jedan, a desni izraz znači da je na toj frekvenciji fazni pomak dosegao  $-180^\circ$ . Tada je:

$$A_{VF} = \frac{A_v}{1 - 1} = \frac{A_v}{0} = \infty \quad (5-19)$$

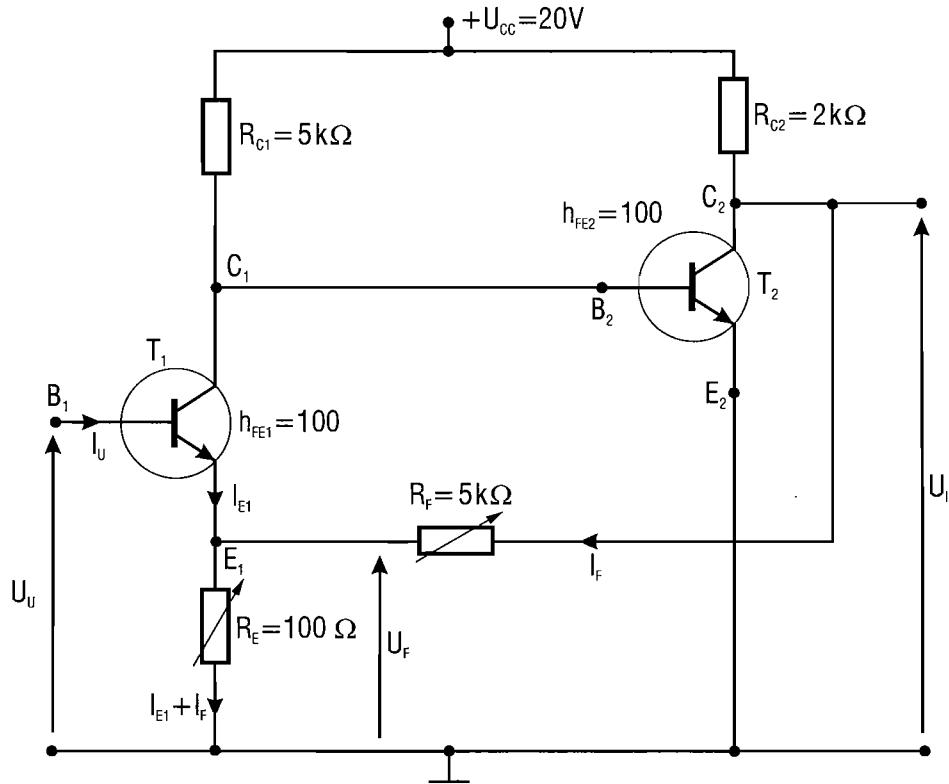
Zato je ograničeno smanjenje iznosa pojačanja pomoću negativne reakcije za **RC-vezana** pojačala s više stupnjeva. Raznim zahvatima moguće je djelovati na pomicanje kritičnog faznog zakreta od  $180^\circ$  na više frekvencije, odnosno dobiti veći iznos **F** uz stabilan rad pojačala. Opasno je približavanje granici stabilnosti za rad pojačala.



Sl. 5.13. Bodeov dijagram izmjenično vezanih pojačala s jednim, dva i tri stupnja

#### 5.4. Primjer direktno vezanog tranzistorskog pojačala s negativnom naponskom serijskom povratnom vezom

Analizirati ćemo primjer tranzistorskog pojačala od dva stupnja. U praktičnom dijelu mjeriti ćemo njegove osobine. Potreban je promjenljivi izvor napajanja  $+U_{cc}$  od 0 V do 35 V.



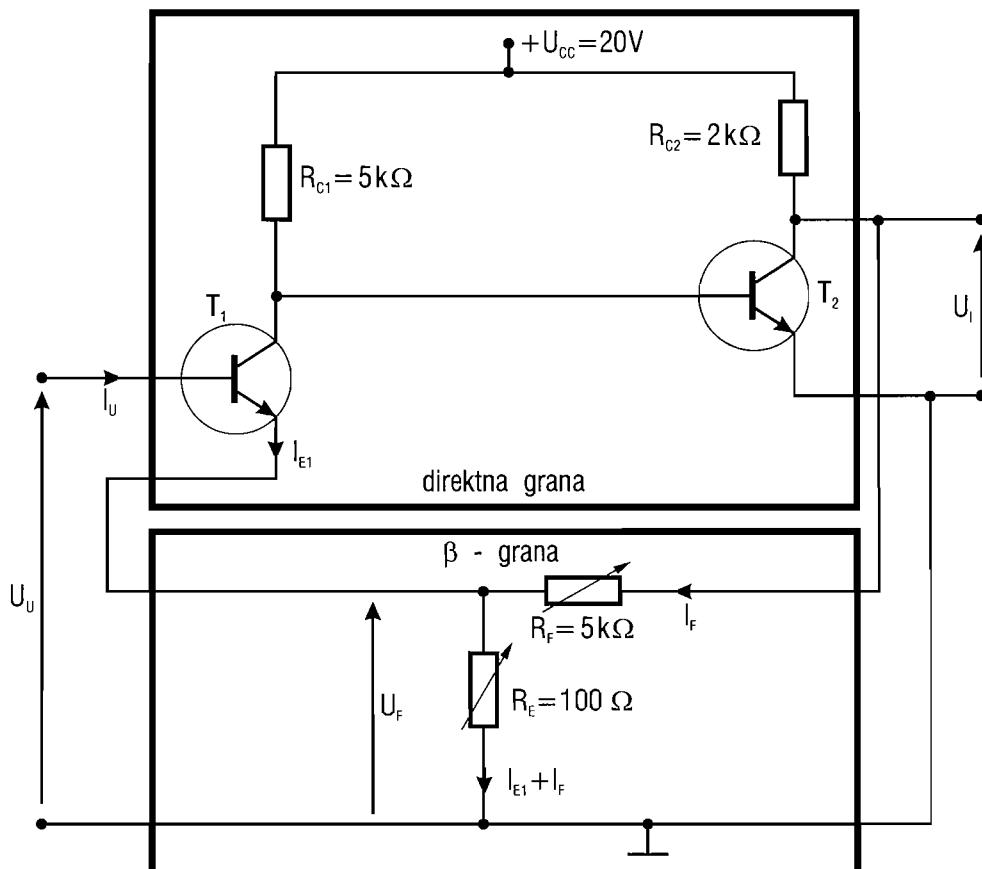
Sl. 5.14. Električna shema tranzistorskog pojačala s negativnom naponskom serijskom povratnom vezom

Ovakvo direktno vezano pojačalo je uobičajeno u integriranim sklopovima. Oba stupnja su s bipolarnim tranzistorima u spoju zajedničkog emitera. Rade u režimu malih signala za niske i srednje frekvencije.  $T_1$  pojačava ulazni naponski signal i obrće mu fazu. Taj pojačani signal  $T_2$  pojačava i opet mu zakreće fazu za  $180^\circ$ . Izlazni napon  $U_i$  je u fazi s ulaznim i ima znatno veću amplitudu od njega.  $U_i$  djeluje na linearnu pasivnu mrežu otpornika  $R_F$  i  $R_E$ .  $U_F$  je u fazi i s  $U_i$  i s  $U_U$  pa slabi djelovanje  $U_U$  na ulazni krug pojačala. Zato je povratna veza **negativna**.  $U_F$  je napon koji djeluje s izlaza na ulaz, a u ulaznom krugu je povratna veza **serijska**.  $U_F$  je razmjeran  $U_i$ , pa je u izlaznom krugu povratna veza **naponska**.

$$\beta = \frac{U_F}{U_i} = \frac{(I_{E1} + I_F) R_E}{(I_{E1} + I_F) R_E + I_F R_F} \quad (5-20)$$

Zbog jednosmjernog (unilateralnog) djelovanja  $\beta$  grane mora biti ispunjen uvjet  $I_F \gg I_{E1}$ , jer je  $I_F$  rezultat djelovanja  $U_i$ . Zbog velikog pojačanja  $T_2$  taj je uvjet ispunjen.

$$\beta = \frac{U_F}{U_i} \approx \frac{R_E}{R_E + R_F} = \frac{0,1}{0,1 + 5} = \frac{1}{51} = 0,0196 \quad (5-21)$$



Sl. 5.15. Električna shema pojačala gdje su blokovski izdvojene glavna grana i grana povratne veze

Naponsko pojačanje glavne (direktne) grane iznosi:

$$A_V = A_{V1} \cdot A_{V2} = (-7,64) \cdot (-144) = 1100 \quad (5-22)$$

Ulagni otpor glavne grane:

$$R_U = 10,9 \text{ k}\Omega$$

Ulagni otpor pojačala s negativnom povratnom vezom:

$$R_{UF} = 246 \text{ k}\Omega$$

Izlazni otpor glavne grane:

$$R_I = R_E + R_F = 5,1 \text{ k}\Omega \quad (5-23)$$

Izlazni otpor pojačala s negativnom povratnom vezom:

$$R_{IF} = 66 \Omega$$

Faktor povratne veze:

$$F = 1 + \beta A_V = 1 + (1/51) 1100 = 22,57$$

Točan iznos naponskog pojačanja:

$$A_{VF} = \frac{U_I}{U_U} = \frac{A_V}{F} = \frac{1100}{22,57} = 48,8$$

Približan iznos naponskog pojačanja:

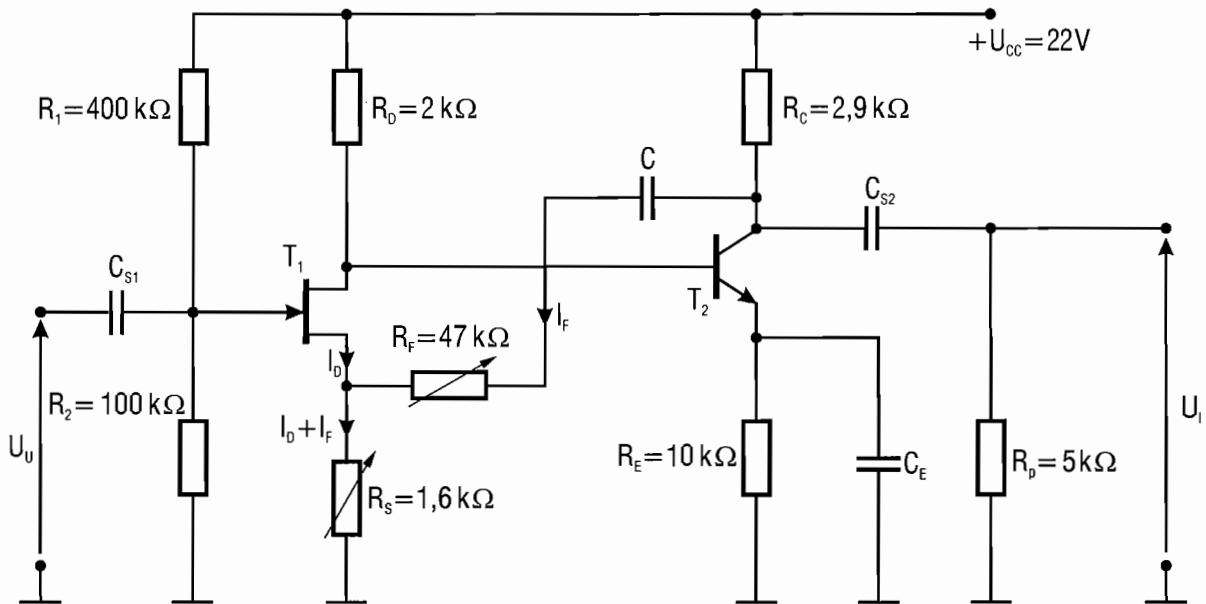
$$A_{VF} \approx \frac{1}{\beta} = 1 + \frac{R_F}{R_E} = 51$$

Vidi se da je razlika približnog i točnog iznosa samo 4,5 %. Iz ove zadnje formule zaključujemo da pojačanje ne ovisi o tranzistorskim parametrima, već **isključivo o omjeru otpornika  $R_E$  i  $R_F$** .

Budući da je negativna povratna veza ostvarena pomoću otpornika, odnosno **P-članova**, kažemo da je to **kruta povratna veza**. Kada se uključi i kondenzator u povratnu vezu, ona se zove **elastičnom povratnom vezom**.

## 5.5. Primjer izmjenično vezanog tranzistorskog pojačala s povratnom vezom

Na Sl. 5.16. prikazan je primjer izmjenično vezanog tranzistorskog pojačala. Vezni kondenzatori uzrokuju fazni pomak.  $R_F$  i  $R_E$  su promjenjivi otpornici. U prvom stupnju pojačala je unipolarni tranzistor, a u drugom stupnju je bipolarni tranzistor. Izvor napajanja  $+U_{CC}$  je promjenljiv od 0 V do 35 V.



Sl. 5.16. Električna shema izmjenično vezanog tranzistorskog pojačala

U praktičnom radu snimati ćemo prijelaznu i frekvencijsku karakteristiku ovog pojačala. Promjenom iznosa  $R_E$  i  $R_F$  mijenja se i frekvencijska karakteristika pojačala.

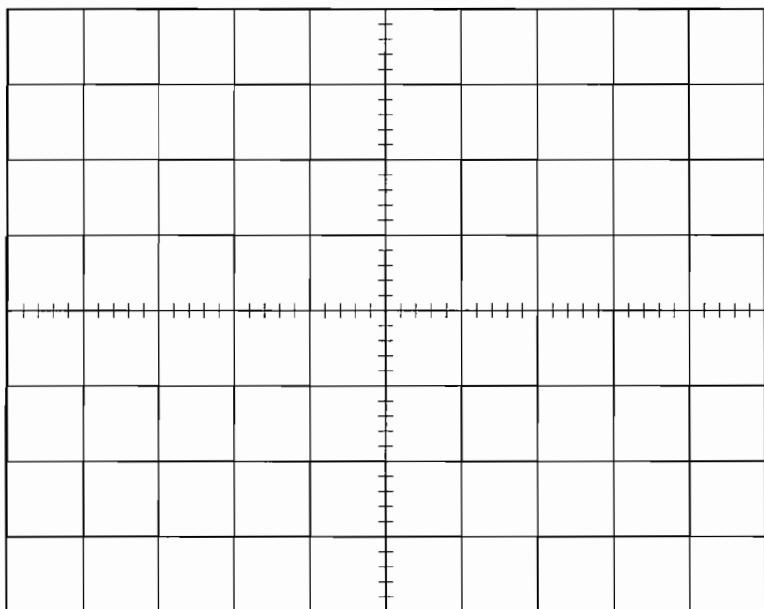
## PRAKTIČNI RAD

1. POKUS

**Snimanje prijelazne karakteristike direktno vezanog tranzistorskog pojačala od dva stupnja**

Na ulazu je pobudni signal iz generatora funkcija. To je niz pravokutnih impulsa, a ne odskočna funkcija, jer će se tako obnavljati slika na ekranu osciloskopa bez pamćenja u ritmu impulsa. To je vremenski odziv pojačala. Na **A** kanalu snimamo pobudu, a na **B** kanalu odziv.

Nacrtajte oscilogram pobude i odziva direktno vezanog pojačala.



Mjerilo

A : 1 cm  $\cong$  V

$$B : 1 \text{ cm} \cong V$$

1 cm  $\cong$  s

$$U_{VVU} \approx$$

$$U_{VVI} =$$

$$A_{VF} =$$

$$T_i =$$

$$f_i =$$

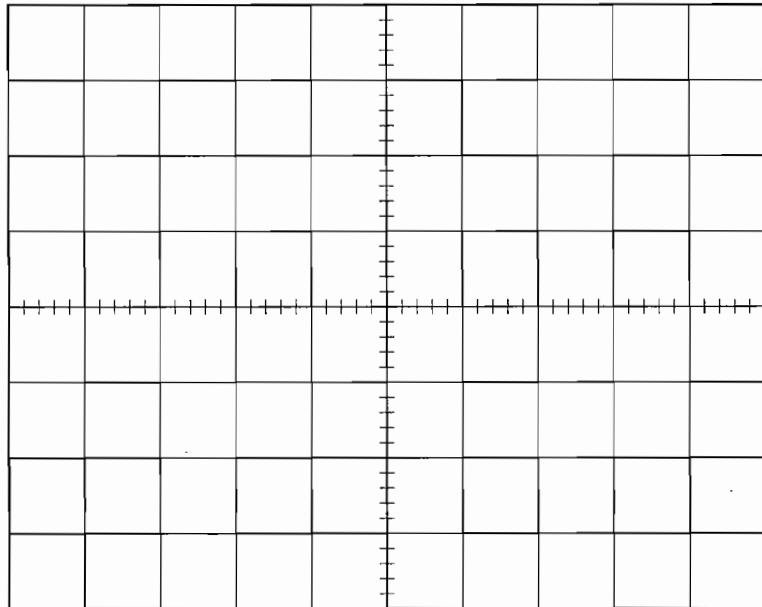
Zaključak

## 2. POKUS

**Snimanje odziva direktno vezanog tranzistorskog pojačala na sinusoidalnu pobudu**

Na A kanalu je sinusoidalna pobuda, a na B kanalu je sinusoidalni odziv pojačala na frekvenciji od **1 kHz**. Neka je  $U_{VVO} = 100 \text{ mV}$ , a  $U_{VI}$  treba biti veći **50** puta, odnosno  $A_{VF} \approx 50$ .

Nacrtajte oscilogram pobude i odziva direktno vezanog pojačala.



Mjerilo

A : 1 cm  $\cong$  V

$$B : 1 \text{ cm} \cong V$$

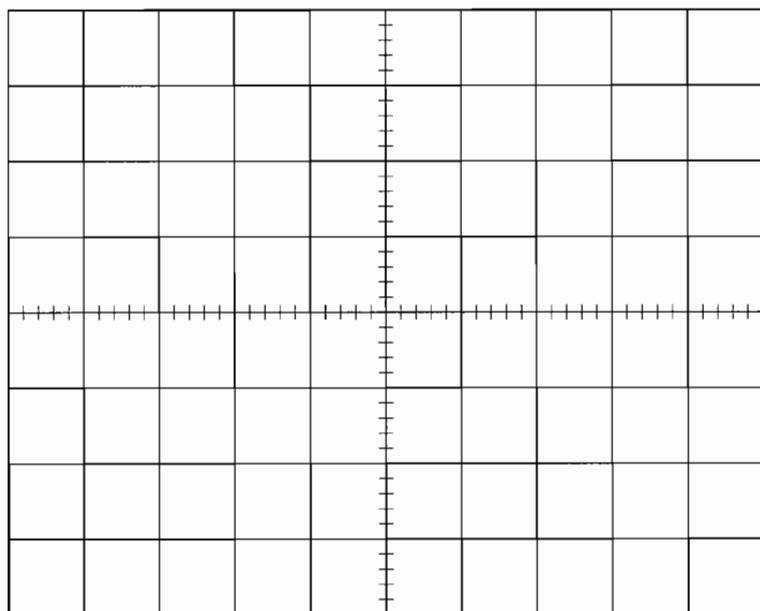
1 cm  $\cong$  s

## Zaključak

## 3. POKUS

**Snimanje odziva direktno vezanog tranzistorskog pojačala na sinusoidalnu pobudu uz promjene parametara**

Nacrtajte valne oblike ulaznog i izlaznog signala uz smanjenje iznosa  $R_F$ .



Mjerilo

$$A : 1 \text{ cm} \hat{=} V$$

$$B : 1 \text{ cm} \hat{=} V$$

$$1 \text{ cm} \hat{=} s$$

$$R_F =$$

$$T_i =$$

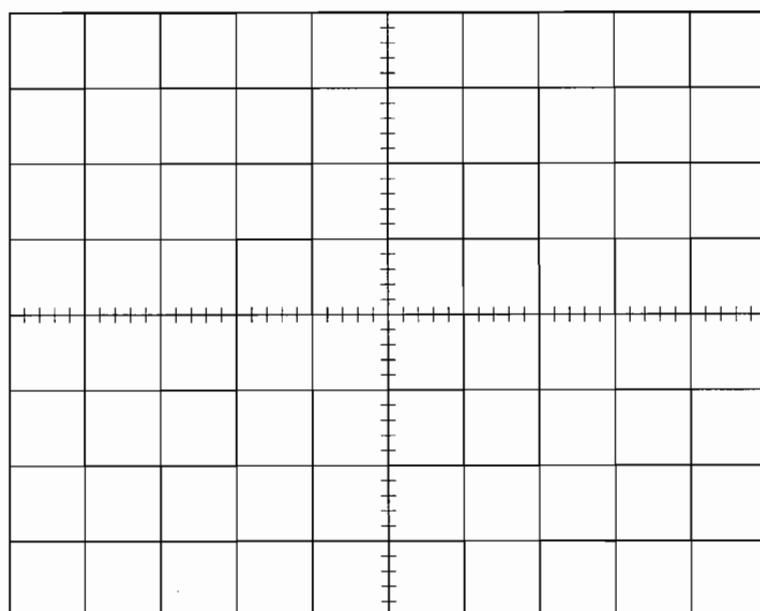
$$f_i =$$

$$U_{vvU} = 100 \text{ mV}$$

$$U_{vvi} =$$

$$A_{vf} \approx$$

Nacrtajte valne oblike ulaznog i izlaznog signala uz promjenu iznosa  $R_E$ .



Mjerilo

$$A : 1 \text{ cm} \hat{=} V$$

$$B : 1 \text{ cm} \hat{=} V$$

$$1 \text{ cm} \hat{=} s$$

$$R_E =$$

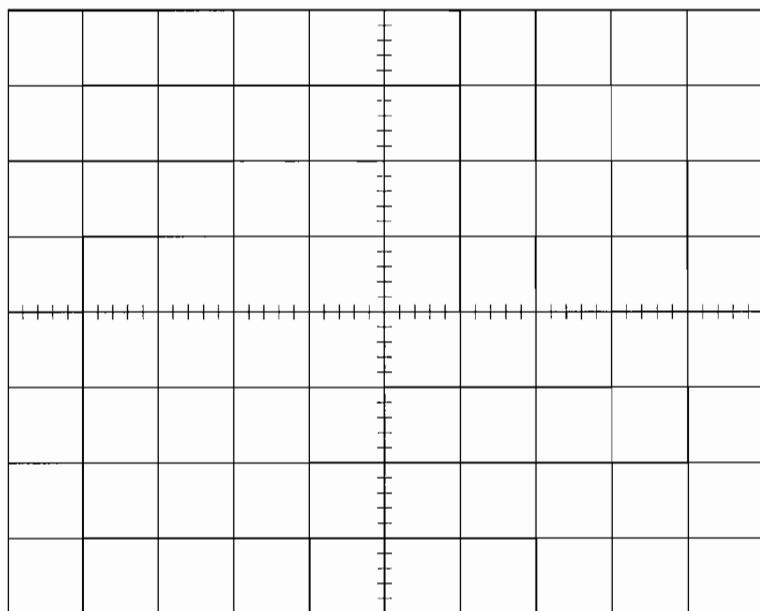
$$U_{vvU} = 100 \text{ mV}$$

$$U_{vvi} =$$

$$T_i =$$

$$f_i =$$

Nacrtajte valne oblike ulaznog i izlaznog signala uz promjenu napona napajanja  $U_{cc}$ .



Mjerilo

$$A : 1 \text{ cm} \cong V$$

$$B : 1 \text{ cm} \cong V$$

$$1 \text{ cm} \cong \text{ s}$$

$$U_{cc} =$$

$$U_{vvU} = 100 \text{ mV}$$

$$U_{VVI} =$$

$$f_i =$$

$$T_i =$$

## Zaključak

#### **4. POKUS**

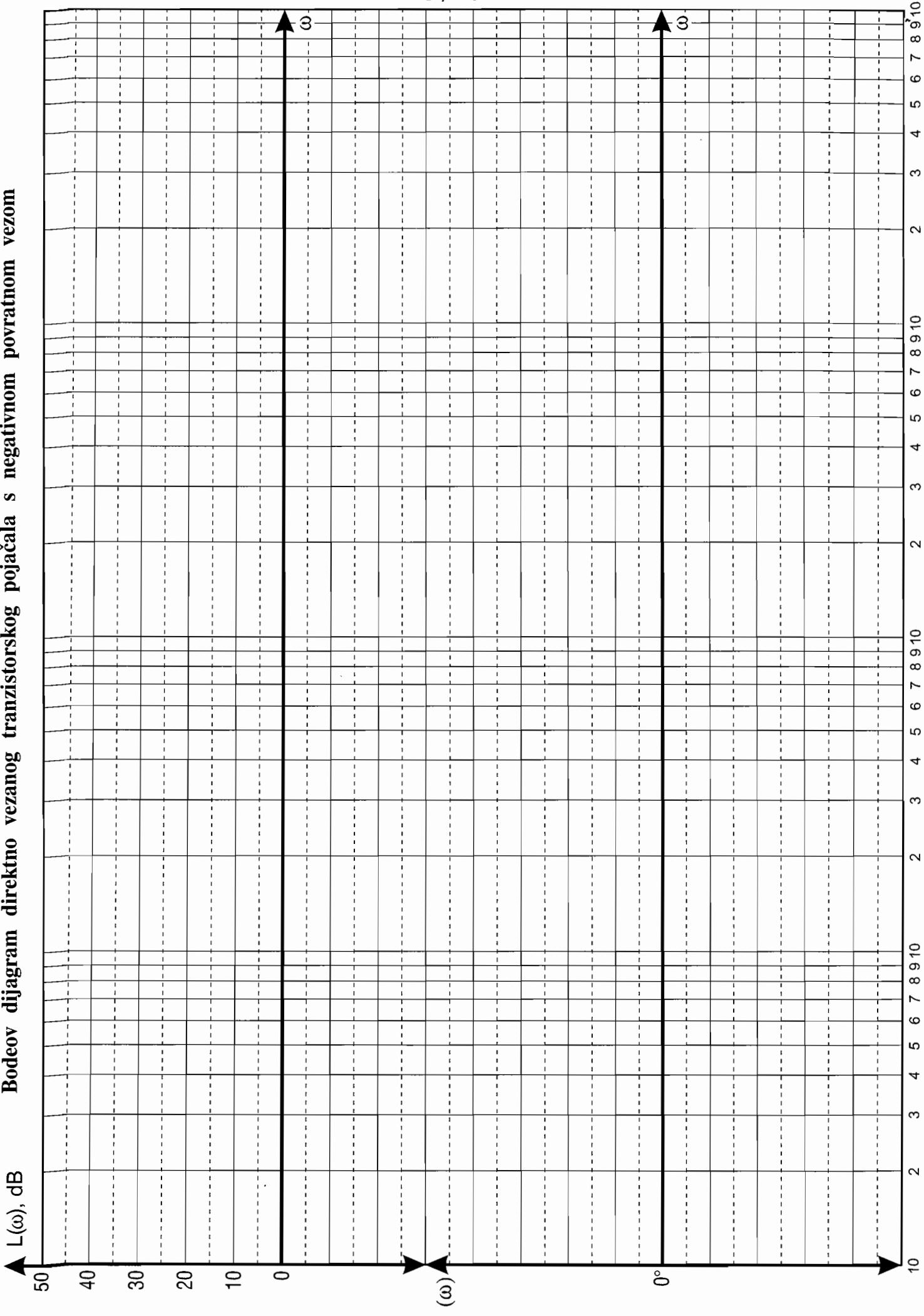
**Snimanje frekvencijske karakteristike direktno vezanog tranzistororskog pojačala s negativnom povratnom vezom**

Ispitujemo pojačalo iz primjera 5.4. Treba očitati na osciloskopu  $f$ ,  $U_{Im}$ ,  $U_{Um}$  i  $\phi$ . Izračunajte  $\omega$ ,  $A(\omega)$  i  $L(\omega)$ . Nacrtajte Bodeov dijagram.

$f / \text{Hz}$						
$\omega = 2\pi f / \text{Hz}$						
$A(\omega) = \frac{U_{\text{Im}}}{U_{\text{Um}}}$						
$L(\omega) = 20 \log A(\omega), \text{dB}$						
$\varphi(\omega) / {}^\circ$						

Zaključak

Bodeov dijagram direktno vezanog tranzitorskog pojačala s negativnom povratnom vezom



**5. POKUS****Snimanje prijelazne karakteristike izmjenično vezanog tranzistororskog pojačala**

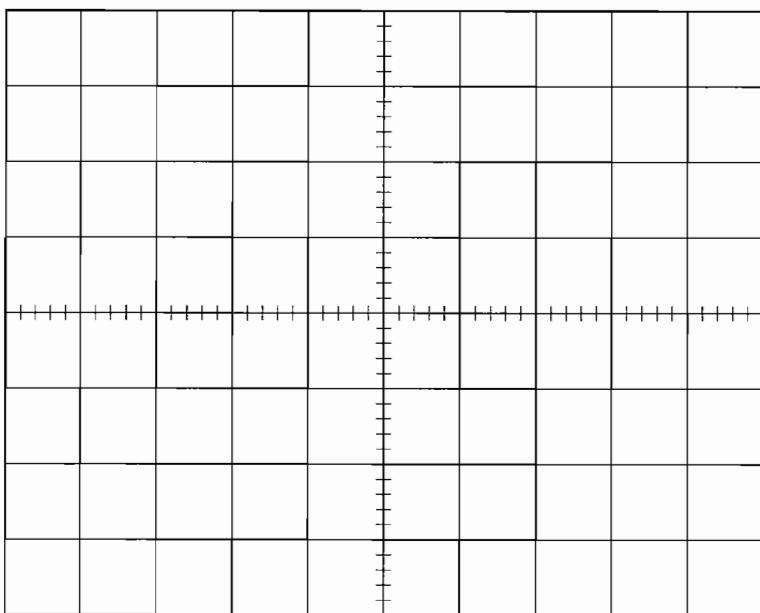
Na ulazu je niz pravokutnih signala iz generatora funkcija. To je vremenski odziv pojačala. Na **A** kanalu snimamo pobudu, a na **B** kanalu odziv.

Nacrtajte oscilogram pobude i odziva izmjenično vezanog pojačala za tri različite frekvencije.

$$C_{S1} = \quad C_E = \quad C_{S2} = \quad C = \quad U_{CC} =$$

Bipolarni tranzistor:

Unipolarni tranzistor:



Mjerilo

$$A : 1 \text{ cm} \hat{=} \quad V$$

$$B : 1 \text{ cm} \hat{=} \quad V$$

$$1 \text{ cm} \hat{=} \quad s$$

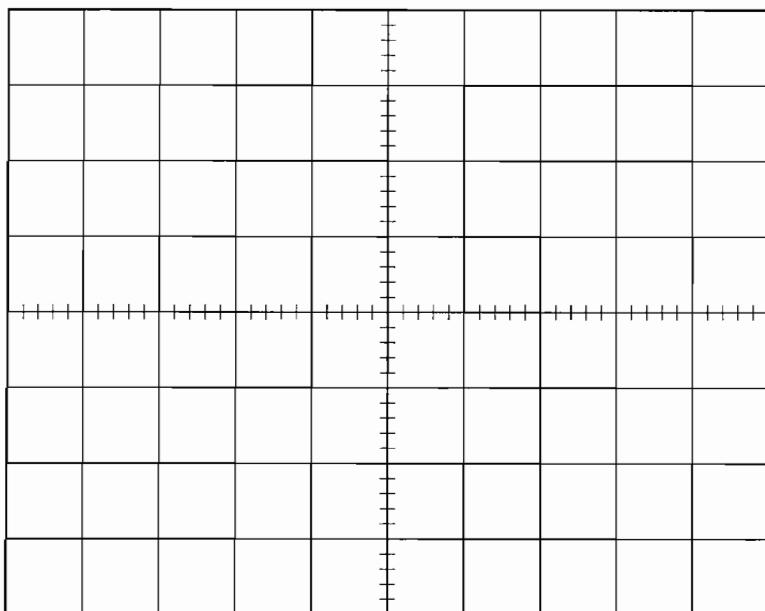
$$U_{VVU} =$$

$$U_{VVI} =$$

$$A_{VF} =$$

$$T_i =$$

$$f_i =$$



Mjerilo

$$A : 1 \text{ cm} \hat{=} \quad V$$

$$B : 1 \text{ cm} \hat{=} \quad V$$

$$1 \text{ cm} \hat{=} \quad s$$

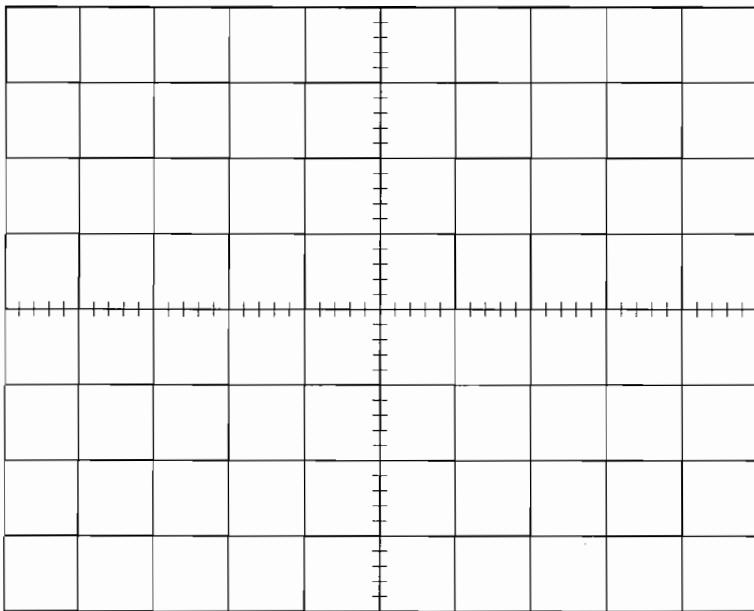
$$U_{VVU} =$$

$$U_{VVI} =$$

$$A_{VF} =$$

$$T_i =$$

$$f_i =$$



Mjerilo

$$A : 1 \text{ cm} \cong V$$

$$B : 1 \text{ cm} \cong V$$

1 cm  $\cong$  s

$$U_{VVU} =$$

$$U_{VVI} =$$

$$A_{VF} =$$

$$T_i =$$

$$f_i =$$

Zaključak

## 6. POKUS

**Snimanje frekvencijske karakteristike izmjenično vezanog tranzistor skog pojačala s povratnom vezom**

Ispitujemo pojačalo iz primjera 5.5. Očitajte na osciloskopu  $f$ ,  $U_{Um}$ ,  $U_{Im}$  i  $\varphi$ . Izračunajte  $\omega$ ,  $A(\omega)$  i  $L(\omega)$ . Nacrtajte Bodeov dijagram.

$f / \text{Hz}$						
$\omega = 2\pi f / \text{Hz}$						
$A(\omega) = \frac{U_{\text{Im}}}{U_{\text{Um}}}$						
$L(\omega) = 20 \log A(\omega), \text{dB}$						
$\varphi(\omega) / {}^\circ$						

$f / \text{Hz}$						
$\omega = 2\pi f / \text{Hz}$						
$A(\omega) = \frac{U_{\text{Im}}}{U_{\text{Um}}}$						
$L(\omega) = 20 \log A(\omega), \text{dB}$						
$\varphi(\omega) / {}^\circ$						

Zaključak

Bodeov dijagram izmjenično vezanog tranzistorškog pojčala s povratnom vezom

